

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор
з науково-педагогічної роботи
Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ



_____ 2020 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Варіаційне числення та оптимальне керування

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти _____ бакалавр _____

галузь знань _____ 11– Математика та статистика _____

спеціальність _____ 113 – Прикладна математика, 111 – Математика _____
(шифр і назва)

освітня програма _____
(шифр і назва)

спеціалізація _____
(шифр і назва)

вид дисципліни _____ обов'язкова _____
(обов'язкова / за вибором)

факультет _____ математики і інформатики _____

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“31” серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади).
Бєбія Максим Отарійович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри прикладної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики

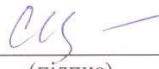
Протокол від “31” серпня 2020 року № 12

Завідувач кафедри Прикладної математики

 Валерій КОРОБОВ
 (підпис) (ім'я та прізвище)

Програму погоджено з гарантом освітньої (освітньо-професійної) програми (керівником проектної групи) Прикладна математика
 назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми
 (керівник проектної групи) Прикладна математика

 Світлана ІГНАТОВИЧ
 (підпис) (ім'я та прізвище)

Програму погоджено з гарантом освітньої (освітньо-професійної) програми (керівником проектної групи) Математика
 назва освітньої програми


Гарант освітньо-професійної програми
 (керівник проектної групи) Математика

 Ганна ВИШНЯКОВА
 (підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
 назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “31” серпня 2020 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

 Ольга АНОЩЕНКО
 (підпис) (ім'я та прізвище)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “ **Варіаційне числення та оптимальне керування** ”
складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки

бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напряму) 113 – Прикладна математика, 111 – Математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “ Варіаційне числення та оптимальне керування ” є навчання майбутніх спеціалістів сучасним методам варіаційного числення та оптимізації, в тому числі у теорії оптимального керування .

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями є оволодіння основами теорії екстремальних задач та розвинення здатності ефективно застосовувати методи оптимізації до розв’язання конкретних практичних задач.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин –120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>обов’язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	–
Семестр	
6-й	–
Лекції	
32 год.	–
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	–
Лабораторні заняття	
–	–
Самостійна робота, в тому числі	
56 год.	–
Індивідуальне завдання	
–	–

1.6. Заплановані результати навчання

Знати :

постановку задачі варіаційного числення, рівняння Ейлера як необхідну умову екстремуму першого порядку, умови екстремуму другого порядку в задачі варіаційного числення, метод множників Лагранжа, критерії керованості лінійних систем, критерії спостережуваності лінійних систем, методи дослідження задач оптимальної стабілізації, постановку задачі оптимального керування, принцип максимуму Понтрягіна.

Вміти :

розв'язувати задачі за вивченими розділами.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Задача варіаційного числення

Тема 1. Рівняння Ейлера.

Постановка задачі варіаційного числення, приклади. Поняття варіації. Рівняння Ейлера як необхідна умова екстремуму першого порядку. Екстремалі.

Тема 2. Необхідні і достатні умови другого порядку для слабкого екстремуму.

Сильний та слабкий екстремум. Поняття другої варіації. Необхідна умова Лежандра. Спряжені точки. Необхідна умова Якобі. Достатні умови другого порядку для слабкого екстремуму.

Тема 3. Умови сильного екстремуму.

Поняття поля екстремалей. Необхідна і достатня умова Вейерштрасса.

Розділ 2. Теорія керування

Тема 4. Керованість лінійних систем.

Постановка задачі керованості. Керованість лінійних систем, критерій Калмана. Побудова керувань, що розв'язують задачу потрапляння із токи в точку за заданий час для повністю керованих лінійних систем.

Тема 5. Спостережуваність лінійних систем.

Постановка задачі спостережуваності. Критерії спостережуваності для лінійних систем.

Тема 6. Керування нелінійними системами.

Керованість та стабілізованість нелінійних трикутних систем. Теорема Коробова. Відображення трикутних систем на лінійні. Знаходження оберненого відображення.

Розділ 3. Задача оптимального керування

Тема 7. Лінійна задача швидкодії.

Постановка лінійної задачі швидкодії. Множина досяжності і її властивості. Принцип максимуму Понтрягіна для лінійної задачі швидкодії.

Тема 8. Загальна задача оптимального керування.

Постановка загальної задачі оптимального керування. Формулювання принципу максимуму Понтрягіна. Умови трансверсальності. Задача варіаційного числення як задача оптимального керування.

Тема 9. Задача оптимальної стабілізації.

Постановка задачі оптимальної стабілізації. Перша теорема Красовського.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7
Розділ 1. Задача варіаційного числення						
Тема 1. Рівняння Ейлера.	12	4	2			6
Тема 2. Необхідні і достатні умови другого порядку для слабкого екстремуму.	16	4	4			8
Тема 3. Умови сильного екстремуму.	10	2	2			6
<i>Контрольна робота</i>	2		2			
Разом за розділом 1	40	10	10			20
Розділ 2. Теорія керування						
Тема 4. Керованість лінійних систем.	16	4	4			8
Тема 5. Спостережуваність лінійних систем.	14	4	2			8
Тема 6. Керування нелінійними системами.	8	2	2			4
<i>Контрольна робота</i>	2		2			
Разом за розділом 2	40	10	10			20
Розділ 3. Задача оптимального керування						
Тема 7. Лінійна задача швидкодії.	18	6	6			6
Тема 8. Загальна задача оптимального керування.	12	4	4			4
Тема 9. Задача оптимальної стабілізації.	10	2	2			6
Разом за розділом 3	40	12	12			16
Усього годин	120	32	32			56

4. Темі практичних занять

№	Назва розділу або теми	Кількість годин
1	Задача варіаційного числення. Рівняння Ейлера.	2
2	Умови другого порядку слабкого екстремуму в задачі варіаційного числення.	4
3	Умови сильного екстремуму.	2
4	Контрольна робота з варіаційного числення.	2
5	Теорія керування. Керованість лінійних систем.	4
6	Спостережуваність лінійних систем.	2
7	Керування нелінійними системами.	2
8	Контрольна робота з керованості лінійних та нелінійних систем.	2
9	Задача керованості в торії оптимального керування. Лінійні керовані системи. Потрапляння з обмеженим керуванням.	2
10	Задача лінійної швидкодії, принцип максимуму Понтрягіна.	2
11	Задача найшвидшої зупинки візка, задача зупинки маятника.	2

12	Загальна задача оптимального керування, принцип максимуму Понтрягіна.	2
13	Умова трансверсальності.	2
14	Задача оптимальної стабілізації.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Самостійно вивчити наступні теми:	
1	Задача варіаційного числення для старших похідних. Рівняння Ейлера-Пуассона, екстремалі.	6
2	Достатня умова слабкого екстремуму для векторної задачі.	8
3	Задача Чаплигіна.	6
4	Різні критерії керуваність лінійних систем. Канонічна форма.	8
5	Спостережуваність лінійних систем з багатовимірним входом і виходом.	8
6	Відображуваність нелінійних систем з багатовимірним керуванням.	4
7	Принцип максимуму Понтрягіна у задачі Больца.	2
8	Метод динамічного програмування у задачі швидкодії.	4
9	Функція Беллмана для задачі найшвидшої зупинки візка на рейках.	2
10	Метод динамічного програмування у задачі Больца.	2
11	Задача оптимальної стабілізації лінійних систем.	2
12	Експоненціальна стабілізація. Друга теорема Красовського.	4
	Разом	56

6. Індивідуальне завдання

7. Методи навчання

Лекційні та практичні заняття проводяться аудиторно. А у разі оголошення карантину заняття проводяться відповідно до Наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (аудиторно або дистанційно за допомогою платформ Google Meet або Zoom).

8. Методи контролю

1. Перевірка виконання домашніх завдань
2. Облік відвідування аудиторних занять
3. Перевірка контрольних робіт
4. Перевірка екзаменаційної роботи

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Екзамен (Залікова робота)	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Індивідуаль не завдання	Разом		
T1–T3	T4–T6	T7-T9					
15	15	10	20		60	40	100

T1–T9 – теми розділів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Зараховано	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	зараховано	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	зараховано	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Не зараховано	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, робота, що потребує повної переробки

10. Рекомендована література

Основна література

1. Ахиезер Н.И., Вариационное исчисление. – Харьков, Вища Школа, 1981. -168 с.
2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.:Наука, 1979. – 429 с.
3. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. – М.:Наука, 1984. – 288 с.
4. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М.: Наука, 1969. – 424 с.

Допоміжна література

5. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.:Гос.изд.физ-мат.лит., 1961. – 391 с.
6. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. – М.:Наука, 1991. – 448 с.
7. Краснов М. Л., Макаренко Г. И., Киселев А. И. Вариационное исчисление, задачи и упражнения. — М.: Наука, 1973. – 190 с.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Calculus_of_variations
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Optimal_control
3. <http://ua.bookfi.net/>