

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор  
з науково-педагогічної роботи  
Антон ПАПЕЛІЩИН



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Сучасна теорія оптимального керування**

( назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ магістр \_\_\_\_\_

галузь знань \_\_\_\_\_ 11 – Математика та статистика \_\_\_\_\_

спеціальність \_\_\_\_\_ 113 – Прикладна математика, 111 – Математика \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ прикладна математика \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова \_\_\_\_\_  
(обов'язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2020/2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“31” серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади).  
Коробов Валерій Іванович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики

Протокол від “31” серпня 2020 року №12

Завідувач кафедри Прикладної математики

  
(підпис) Валерій КОРОБОВ  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої-професійної програми (керівником проектної групи) Прикладна математика  
назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми  
(керівник проектної групи) Прикладна математика

  
(підпис) Микола ПАЦЕГОН  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої-професійної програми (керівником проектної групи) Математика  
назва освітньої програми

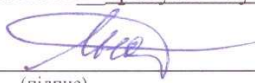
Гарант освітньої-професійної програми  
(керівник проектної групи) Математика

  
(підпис) Вячеслав ГОРДЕВСЬКИЙ  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна  
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “31” серпня 2020 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

  
(підпис) Ольга АНОЩЕНКО  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Сучасна теорія оптимального керування”  
складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

\_\_\_\_\_магістр\_\_\_\_\_

(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальності (напрямку) \_\_\_\_\_113 – прикладна математика, 111 – математика

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Сучасна теорія оптимального керування” є надання знань майбутнім магістрам у галузі сучасних методів дослідження задач теорії керування та їх застосування.

#### 1.2. Основні завданнями вивчення дисципліни

Завдання полягає у вивченні задач керованості для лінійних систем, зведенні їх до проблеми моментів, а також методів розв’язання проблеми моментів.

#### 1.3. Кількість кредитів 6

#### 1.4. Загальна кількість годин 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	-й
Семестр	
2-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
116 год.	год.
Індивідуальні завдання	
год.	

## 1.6. Заплановані результати навчання

За результатами вивчення даного курсу студенти повинні

**Знати :**

- умови повної керованості за фіксований час лінійних керованих систем;
- методи побудови керувань, які розв'язують задачу повної керованості для лінійних систем зі сталими матрицями;
- постановки абстрактної та  $l$ -проблеми моментів, скінченної та нескінченної;
- методи розв'язання проблеми моментів у різних просторах.

**вміти:**

- перевіряти умови повної керованості за фіксований час лінійних керованих систем;
- будувати керування, які розв'язують задачу повної керованості для лінійних систем зі сталими матрицями;
- зводити розв'язання задач керованості до проблеми моментів;
- розв'язувати проблему моментів у різних просторах.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Проблема моментів

**Тема 1.** Теорема Хана-Банаха та наслідки з неї. Загальний вигляд лінійного функціоналу в різних просторах.

**Тема 2.** Скінченна абстрактна проблема моментів. Нескінченна абстрактна проблема моментів.

**Тема 3.** Розв'язність  $l$ -проблеми моментів.

**Тема 4.** Розв'язання задачі швидкодії на основі абстрактної проблеми моментів з керуванням  $u \in L_2[0, T]$  та  $u \in L_1[0, T]$ .

### Розділ 2. Задача швидкодії та проблема моментів

**Тема 5.** Принцип максимуму Понтрягіна для лінійної задачі швидкодії. Теорема про число перемикань.

**Тема 6.** Зведення задачі швидкодії до  $min$ -проблеми моментів.

**Тема 7.** Побудова раціональних функцій для  $min$ -проблеми моментів для задачі швидкодії для канонічної системи. Одержання рівняння для часу швидкодії для задачі швидкодії для канонічної системи.

**Тема 8.** Розв'язання задач швидкодії для канонічної системи 2 та 3 порядків з одного та двовимірним керуванням із заданими обмеженнями на керування.

**Тема 9.** Форма Фробеніуса.

**Тема 10.** Означення та теорема про функцію керованості. Метод побудови функції керованості для лінійних систем.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
Л		п	лаб	інд	сп	
1	2	3	4	5	6	7
<b>Розділ 1. Проблема моментів</b>						
<b>Тема 1.</b> Теорема Хана-Банаха та наслідки з неї. Загальний вигляд лінійного функціоналу в різних просторах.	18	2	2			14
<b>Тема 2.</b> Скінченна абстрактна проблема моментів. Нескінченна абстрактна проблема моментів.	18	2	2			14
<b>Тема 3.</b> Розв'язність $l$ -проблеми моментів.	22	4	4			14
<b>Тема 4.</b> Розв'язання задачі швидкодії на основі абстрактної проблеми моментів з керуванням $u \in L_2[0, T]$ та $u \in L_1[0, T]$ .	22	4	4			14
<b>Разом за розділом 1</b>	80	12	12			56
<b>Розділ 2. Задача швидкодії та проблема моментів</b>						
<b>Тема 5.</b> Принцип максимуму Понтрягіна для лінійної задачі швидкодії. Теорема про число перемикачів.	14	2	2			10
<b>Тема 6.</b> Зведення задачі швидкодії до $min$ -проблеми моментів.	14	2	2			10
<b>Тема 7.</b> Побудова раціональних функцій для $min$ -проблеми моментів для задачі швидкодії для канонічної системи. Одержання рівняння для часу швидкодії для задачі швидкодії для канонічної системи.	18	4	4			10
<b>Тема 8.</b> Розв'язання задач швидкодії для канонічної системи 2 та 3 порядків з одно- та двовимірним керуванням із заданими обмеженнями на керування.	22	6	6			10
<b>Тема 9.</b> Форма Фробеніуса.	14	2	2			10
<b>Тема 10.</b> Означення та теорема про функцію керованості. Метод побудови функції керованості для лінійних систем.	18	4	4			10
<b>Разом за розділом 2</b>	100	20	20			60
<b>Усього годин</b>	180	32	32			116

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Теорема Хана-Банаха та наслідки з неї. Загальний вигляд лінійного функціоналу в різних просторах.	4
2	Розв'язання задачі швидкодії на основі абстрактної проблеми моментів з керуванням $u \in L_2[0, T]$ та $u \in L_1[0, T]$ .	6
3	Принцип максимуму Понтрягіна для лінійної задачі швидкодії. Теореми про число перемикачів.	4
4	Контрольна робота	2
5	Зведення задачі швидкодії до <i>min</i> -проблеми моментів.	2
6	Розв'язання задач швидкодії для канонічної системи 2 та 3 порядків з одно- та двовимірним керуванням із заданими обмеженнями на керування.	6
7	Форма Фробеніуса.	2
8	Означення та теорема про функцію керованості. Метод побудови функції керованості для лінійних систем.	6
	Разом	32

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань за темами розділу 1.	56
2	Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань за темами розділу 2.	60
	<b>Разом</b>	116

#### 6. Індивідуальні завдання

#### 7. Методи навчання

Лекційні та практичні заняття проводяться аудиторно. А у разі оголошення карантину заняття проводяться відповідно до Наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (аудиторно або дистанційно за допомогою платформ Google Meet або Zoom).

#### 8. Методи контролю

- перевірка теоретичних знань на практичних заняттях;
- перевірка домашніх завдань;
- проведення іспиту.

#### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Екзамен (залікова робота)	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
T1–T4	T5–T10					
20	20	20		60	40	100

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

## 9. Рекомендована література

### Основна література

1. Коробов В.И. Метод функции управляемости. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. – 576 с.
2. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976.

### Допоміжна література

1. В.И. Коробов, Г.М. Скляр. *Оптимальное быстродействие и степенная проблема моментов*, Математический сборник, 1987, т. 134, № 2, сс. 186-206.
2. В.И. Коробов, Г.М. Скляр. *Решение задачи быстродействия для колебательной системы*, Доклады АН УССР, сер. А, 1987, № 10, сс. 6-9.
3. В.И. Коробов, Г.М. Скляр. *Проблема моментов Маркова на минимально возможном отрезке*, Доклады АН СССР, 1989, т. 308, № 3, сс. 525-528
4. В.И. Коробов, Г.М. Скляр. *Оптимальное быстродействие и тригонометрическая проблема моментов*, Известия АН СССР, сер. Математика, 1989, т. 53, № 4, сс. 868-885.
5. V.I. Korobov, A.N. Bugaevskaya. *The solution of time-optimal problem on the basis of the Markov moment min-problem with even gaps*, Математическая физика, анализ, геометрия, 2003, т. 10, № 4, сс. 505-523
6. V.I. Korobov and A.N. Bugaevskaya. *Almost Power Sum Systems*, Mathematics of Computation, 2016, Vol. 85, No. 298, P. 717–736.
7. В.И. Коробов, Г.М. Скляр. *Min-проблема моментов Маркова и быстродействие*, Сибирский математический журнал, 1991, т. 32, № 1, сс. 60-71.