

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра Прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор
з науково-педагогічної роботи
Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ



_____ 2020 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія міри та інтеграла

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти _____ бакалавр _____

галузь знань _____ 11 – Математика та статистика _____

спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____
(шифр і назва)

освітня програма _____
(шифр і назва)

спеціалізація _____
(шифр і назва)

вид дисципліни _____ обов'язкова _____
(обов'язкова / за вибором)

факультет _____ математики і інформатики _____

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики
"31" серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)
Фардигола Лариса Василівна, доктор физ.-мат. наук, доцент, професор кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики
Протокол від "31" серпня 2020 року №12

Завідувач кафедри Прикладної математики

ВК Валерій КОРОБОВ
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої-професійної програми (керівником
проектної групи) Прикладна математика
назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми
(керівник проектної групи) Прикладна математика

СВ Світлана ІГНАТОВИЧ
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики
і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від "31" серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

АНО Ольга АНОЩЕНКО
(підпис) (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Теорія міри та інтеграла**” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки

бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 Прикладна математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни:

Ознайомлення студентів із сучасною теорією міри та інтеграла.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

Навчити студентів теоретичним основам та практичним навичкам в галузі сучасної теорії міри та інтеграла.

1.3. Кількість кредитів: 4

1.4. Загальна кількість годин: 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>обов'язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	-й
Семестр	
5-й	-й
Лекції	
32 год.	Год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	Год.
Лабораторні заняття	
– год.	Год.
Самостійна робота, у тому числі	
56 год.	Год.
у тому числі індивідуальні завдання	
10	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати:

- Означення та властивості півкільця, кільця, 4ів алгебри, алгебри, σ -кільця, σ -алгебри, монотонного класу множин та класів множин, породжених ними.
- Означення та властивості міри.
- Схему побудови та властивості абстрактної зовнішньої міри, міри Лебега на прямій та в \mathbb{R}^m , міри Лебега-Стілтєса на прямій.
- Означення та властивості вимірних відображень та функцій.
- Означення та властивості інтеграла Лебега на на прямій та в \mathbb{R}^m , а також інтеграла Лебега-Стілтєса на прямій.
- Основні теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
- Означення та властивості зарядів, розклади Жордана та Гана. Поняття абсолютної неперервності та сингулярності, теорему Радона-Нікодіма
- Поняття вимірних множин та функцій на добутку просторів, добуток мір, теорему Фубіні.

Вміти:

- Визначати належність функцій до важливих класів множин, досліджувати властивості класів множин.
- Визначати вимірність та міру множини.
- Визначати належність функцій до класів вимірних функцій.
- Визначати належність функцій до класу функцій, вимірних за Лебегом.
- Порівнювати інтеграли Рімана та Лебега.
- Оцінювати інтеграл Лебега та вміти користатися теоремами про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Класи множин та функції множин

Тема 1. Основні класи множин.

Тема 2. Породжені класи множин.

Розділ 2. Функції множин та міри.

Тема 1. Функції множин.

Тема 2. Міри.

Тема 3. Продовження міри. Міра Лебега та Лебега-Стілтєса.

Розділ 3. Вимірні відображення та функції

Тема 1. Вимірні відображення.

Тема 2. Борелеві функції та функції вимірні за Лебегом.

Тема 3. Властивості вимірних функцій.

Тема 4. Типи збіжності та зв'язок між ними.

Розділ 4. Інтеграл Лебега

Тема 1. Визначення та елементарні властивості інтеграла Лебега.

Тема 2. Властивості інтеграла Лебега.

Тема 3. Основні теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

Тема 4. Порівняння інтегралів Рімана та Лебега.

Тема 5. Інтеграл Лебега-Стілтєса.

Розділ 5. Інтеграл Лебега, які залежать від параметра

Тема 1. Неперервна залежність інтеграла Лебега від параметра.

Тема 2. Диференційовна залежність інтеграла Лебега від параметра.

Розділ 6. Заряди та абсолютна неперервність

Тема 1. Заряди. Розклади Гана та Жордана.

Тема 2. Абсолютна неперервність та сингулярність. Теорема Радона-Нікодіма.

Розділ 7. Інтегрування на добутку просторів

Тема 1. Вимірні множини в добутку просторів.

Тема 2. Вимірні функції на добутку просторів та добуток мір.

Тема 3. Теорема Фубіні.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього о	у тому числі					Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1												
Тема 1	4	2	2									
Тема 2	6	1	2			3						
Разом за розділом 1	10	3	4			3						
Розділ 2												
Тема 1	4	2	2									
Тема 2	6	1	2			3						
Тема 3	12	4	2			6						
Контрольна робота	2		2									
Разом за розділом 2	34	7	8			9						
Розділ 3												
Тема 1	1,5	1	0,5									
Тема 2	1,5	1	0,5									
Тема 3	9,5	1	2,5			6						
Тема 4	17,5	2	2,5			13						
Разом за розділом 3	30	5	6			19						
Розділ 4												
Тема 1	3	2	1									
Тема 2	3	2	1									
Тема 3	7	2	2			3						
Тема 4	1,5	0,5	1									
Тема 5	4,5	0,5	1			3						
Індивідуальне завдання						10						
Разом за розділом 4	29	7	6			16						
Розділ 5												
Тема 1	2,5	1,5	1									
Тема 2	7,5	0,5	1			6						
Разом за розділом 5	10	2	2			6						
Розділ 6												
Тема 1	2	1	1									
Тема 2	3	2	1									
Разом за розділом 6	5	3	2									
Розділ 7												
Тема 1	5	1	1			3						
Тема 2	3	2	1									
Тема 3	3	2	2									
Разом за розділом 7	12	5	4			3						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні та породжені класи множин.	4
2	Функції множин, міри.	4
3	Продовження міри.	3
4	Вимірні відображення та функції.	3
5	Контрольна робота: Теорія міри	2
6	Інтеграл Лебега та теореми про граничний перехід під знаком інтеграла.	4
7	Інтеграл Лебега, що залежать від параметра	4
8	Заряди.	4
9	Інтеграл Лебега на добутку просторів.	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашнього завдання по темі мінімальні класи множин.	5
2	Виконання домашнього завдання по темі приклади мір.	5
3	Виконання домашнього завдання по темі єдиність продовження міри.	5
4	Виконання домашнього завдання по темі міра Лебега в \mathbb{R}^m .	5
5	Виконання домашнього завдання по темі приклади вимірних відображень.	5
6	Виконання домашнього завдання по темі супрпозиція вимірних відображень.	4
7	Виконання домашнього завдання по темі інтеграл Лебега.	5
8	<i>Індивідуальне завдання:</i> Вимірні функції та інтеграл Лебега	10
9	Виконання домашнього завдання по темі диференційовність інтеграла Лебега за параметром.	4
10	Виконання домашнього завдання по темі заміна змінної в інтегралі Лебега.	4
11	Виконання домашнього завдання по темі вимірні множини в добутку просторів.	4
	Разом	56

6. Індивідуальне завдання

1. Вимірні функції та інтеграл Лебега.

7. Методи навчання

Лекційні та практичні заняття проводяться аудиторно. А у разі оголошення карантину заняття проводяться відповідно до Наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (аудиторно або дистанційно за допомогою платформ GoogleMeet або Zoom).

8. Методи контролю

Перевірка виконання домашніх. Проведення іспиту.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Екзамен	Сума
Розділ 1-3	Розділ 4-7	Контрольна роботи, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
20	20	10	10	60	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогаліни не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

10. Рекомендована література

Основна література

1. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. – Киев: Вища школа, 1989. – 152 с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа., 1968. – 496 с.
3. Халмош П. Теория меры. – М.: ИИЛ, 1953. –291 с.
4. Дороговцев А.Я. та ін. Завдання до практичних занять з теорії міри та шттеграла. – К.: Вид-во “Київський університет”, 2003. – 89 с.
5. Городецкий В.В. и др.. Методы решения задач по функциональному анализу. –Киев: Вища школа, 1990. – 479 с.

Допоміжна література

1. Шилов Г.Е., Гуревич Б.Л. Интеграл, мера и производная. – М.: Наука, 1964. – 210 с.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч. 1 – К.: Либідь, 1993. – 320 с.
3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч. 2 – К.: Либідь, 1994. – 304 с.