

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету  
математики і інформатики \_\_\_\_\_

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ \_\_\_\_\_

.. 29 .. 08 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Топологія

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський) \_\_\_\_\_

галузь знань \_\_\_\_\_ 01 – Освіта/Педагогіка \_\_\_\_\_

спеціальність \_\_\_\_\_ 014.04 – Середня освіта (Математика) \_\_\_\_\_

освітня програма \_\_\_\_\_ Математика та інформатика \_\_\_\_\_

спеціалізація \_\_\_\_\_

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова \_\_\_\_\_

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики  
“29” серпня 2023 року, протокол №8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)

**Ігнатович Світлана Юріївна**, доктор фіз.-мат. наук, доцент, професор кафедри  
прикладної математики,

**Гончарук Анна Борисівна**, викладач кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики

Протокол від “28” серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної  
групи) Математика та інформатика

назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми

(керівник проектної групи) Математика та інформатика

Гарант ОПП Математика та інформатика



Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і  
інформатики

Протокол від “29” серпня 2023 року №1

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Топологія» складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки

бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напряму) 014.04 – Середня освіта (математика)

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з деякими найпростішими поняттями, фактами і методами топології.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

1. Ознайомити студентів із поняттям інваріанту та основними топологічними інваріантами.
2. Надати уявлення про зв'язки між різними галузями математики.
3. Розвинути навички знаходження інформації, проведення заняття на задану тему та доведення теорем або опису математичної конструкції перед аудиторією.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
в тому числі індивідуальні завдання	
24 год.	

## 1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

### **Знати:**

1. Означення понять інваріант, гомеоморфізм, многовид, орієнтовність, компактність, ейлерова характеристика, векторне поле, особлива точка векторного поля.
2. Основні інваріанти гомеоморфізму многовидів.
3. Основні приклади компактних двовимірних многовидів без межі.
4. Основні типи особливих точок векторного поля.
5. Формулу Ейлера для плоских графів, формулювання теореми про класифікацію двовимірних многовидів, теореми про нерухому точку, основної теореми алгебри.
6. Ідею доведення теореми про класифікацію двовимірних многовидів.
7. Ідею доведення основної теореми алгебри.

### **Вміти:**

1. Доводити формулу Ейлера.
2. Перетворювати і робити ескізи ізотопічно еквівалентних многовидів.
3. Застосовувати інваріанти гомеоморфізму многовидів для доведення їх негомеоморфності.
4. Записувати і перетворювати розгортки многовидів, визначати тип многовиду за розгорткою.
5. Визначати тип многовиду за допомогою ейлерової характеристики.
6. Визначати тип особливих точок векторного поля, визначати індекс особливої точки та індекс кривої у векторному полі.

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни.**

### *Тема 1.*

Еластичні перетворення поверхонь. Предмет топології.

### *Тема 2.*

Правильні багатогранники. Формула Ейлера для багатогранників. Розгортки багатогранників.

### *Тема 3.*

Двовимірні многовиди. Сфера, тор, сфера з ручками, пляшка Клейна, проєктивна площина.

### *Тема 4.*

Гомеоморфізм. Многовид. Інваріанти гомеоморфізму многовидів.

### *Тема 5.*

Розгортки многовидів. Теорема про класифікацію двовимірних многовидів. Ейлерова характеристика.

### *Тема 6.*

Векторне поле і його особливі точки. Індекс кривої та індекс особливої точки у векторному полі.

*Тема 7.*

Теорема про нерухому точку. Основна теорема алгебри. Теорема про продовження векторного поля.

*Тема 8.*

Цікаві розділи топології. Зв'язок з алгеброю та комплексним аналізом. Представлення індивідуальних завдань.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	Денна форма						Заочна форма						
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Тема 1. Еластичні перетворення	8	2	2			4							
Тема 2. Формула Ейлера для багатогранників	10	4	2			4							
Тема 3. Двовимірні многовиди	12	2	4			6							
Тема 4. Інваріанти гомеоморфізму многовидів	18	6	6			6							
Тема 5. Теорема про класифікацію двовимірних многовидів	14	6	4			4							
Тема 6. Векторне поле і його особливі точки	12	4	4			4							
Тема 7. Теорема про нерухому точку. Основна теорема алгебри. Теорема про продовження векторного поля	12	4	4			4							
Тема 8. Цікаві розділи топології	34	4	6			24							

<b>Разом</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>					
--------------	------------	-----------	-----------	--	--	-----------	--	--	--	--	--

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Еластичні перетворення. Представлення тем доповідей.	2
2	Правильні багатогранники. Розгортки багатогранників.	2
3	Поверхні. Циліндр, стрічка Мебіуса, сфера, тор, пляшка Клейна.	2
4	Проективна площина. Задачі проективної геометрії. Олімпіадні задачі та проективні методи.	2
5	Відношення еквівалентності. Фактор-множина. Гомеоморфізм.	2
6	Гомеоморфізм та ізотопічна еквівалентність. Вузли.	2
7	Многовид. Інваріанти многовиду.	2
8	Розгортки многовидів. Перетворення розгорток.	4
9	Ейлерова характеристика. Розв'язування задач.	2
10	Векторні поля на площині. Приклади.	2
11	Індекс кривої та індекс особливої точки векторного поля.	2
12	Векторні поля на поверхнях. Класифікація орієнтовних поверхонь.	2
13	<i>Представлення індивідуальних завдань</i>	6
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань	24
2	Підготовка індивідуального завдання	24
3	Підготовка до заліку	8
	<b>Разом</b>	<b>56</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

Студент має підготувати і зробити доповідь на одну із запропонованих тем.

#### 7. Методи навчання.

Пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, метод проблемного викладу та частково-пошуковий метод, наочний метод, творчі завдання.

#### 8. Методи контролю.

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом, представлення індивідуального завдання, перевірка залікової роботи.

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Залікова робота	Сума
Теми 1-4	Теми 5-8	Індивідуальне завдання	Разом		
20	20	20	60	40	100

### Критерії оцінювання:

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять. Домашні завдання передбачають письмове виконання завдань з поясненнями.

Індивідуальне завдання передбачає проведення студентами міні-занять за заданими темами, з обов'язковим доведенням теореми або описом математичної конструкції. При оцінюванні враховується розуміння студентом матеріалу, стисле, зрозуміле та цікаве викладення, спілкування з аудиторією.

Залікова робота проводиться у письмовій формі, передбачає відповідь на три питання зі списку, який надається студентам заздалегідь. Відповіді на питання повинні включати означення понять та приклади, а також ідеї доведення теорем із неформальною складовою: мотивацією проведення міркувань в доведеннях, пояснення прикладів. Максимальна оцінка за колоквиум – 20 балів.

### Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. О. А. Борисенко. Диференціальна геометрія і топологія. Х.: Основа, 1995.
2. О. О. Пришляк. Топологія многовидів. К: 2013.
3. D. Hilbert, S.Cohn-Vossen. Geometry and the Imagination. AMS, 1999.

### Допоміжна література

4. [http://www.dimensions-math.org/Dim\\_E.htm](http://www.dimensions-math.org/Dim_E.htm)
5. Dimentions:  
<https://www.youtube.com/watch?v=6cpTEPT5i0A&list=PL3C690048E1531DC7>
6. Imaginary numbers are real:  
[https://youtu.be/T647CGsuOVU?list=PLiaHhY2iBX9g6KIvZ\\_703G3KJXapKkNaF](https://youtu.be/T647CGsuOVU?list=PLiaHhY2iBX9g6KIvZ_703G3KJXapKkNaF)
7. Hilbert's curve:  
[https://www.youtube.com/watch?v=3s7h2MHQtxc&t=0s&ab\\_channel=3Blue1Brown](https://www.youtube.com/watch?v=3s7h2MHQtxc&t=0s&ab_channel=3Blue1Brown)
8. Fractals: [https://www.youtube.com/watch?v=RU0wScIj36o&ab\\_channel=3Blue1Brown](https://www.youtube.com/watch?v=RU0wScIj36o&ab_channel=3Blue1Brown)
9. [https://www.youtube.com/watch?v=ac9\\_yK6onow&ab\\_channel=JakubHejhal](https://www.youtube.com/watch?v=ac9_yK6onow&ab_channel=JakubHejhal)
10. The Klein bottle: <https://youtu.be/yaeyNjUPVqs>
11. The Klein bottle: [https://youtu.be/\\_PCoPzf8i9o](https://youtu.be/_PCoPzf8i9o)
12. The Klein bottle from two Moebius bands: <https://youtu.be/a5Azcwe9p4o>

- 13. Projective plane: <https://youtu.be/W-sKLN0VBkk>
- 14. The Projective plane is a Moebius strip and a disc:  
<https://youtu.be/u0VkikpEIMo?list=UU6YBBZzT2KURLjiOJBgGGOg>
- 15. Turning a sphere outside-in: <https://youtu.be/wO61D9x6lNY>