

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



29 " 08 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Перетворення Фур'є та його застосування**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти другий (магістерський)

галузь знань 11 – Математика та статистика

спеціальність 113 – Прикладна математика  
(шифр і назва)

освітня програма прикладна математика  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова  
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики  
“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Фардигола Лариса Василівна**, доктор фіз.-мат. наук, професор,  
професор кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики  
Протокол від “28” серпня 2023 року № 10

Завідувач кафедри Прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої-професійної програми (керівником  
проектної групи) Прикладна математика  
назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми  
(керівник проектної групи) Прикладна математика



(підпис)

Світлана ІГНАТОВИЧ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої- наукової програми (керівником  
проектної групи) Прикладна математика  
назва освітньої програми

Гарант освітньої-наукової програми  
(керівник проектної групи) Прикладна математика



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики  
і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна  
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Перетворення Фур’є та його застосування” до освітньо-професійної та освітньо-наукової програм підготовки

магістр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) \_113 Прикладна математика

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни:

Ознайомлення студентів із сучасною теорією перетворення Фур’є в просторах узагальнених функцій та її застосуванням.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

Навчити студентів основним аспектам теорії узагальнених функцій та перетворення Фур’є, навчити їх застосовувати цю теорію до різних математичних систем, які описують реальні процеси.

1.3. Кількість кредитів: 6

1.4. Загальна кількість годин: 180

#### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни

<u>обов’язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	-й
Семестр	
2-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
116 год.	год.
в тому числі індивідуальні завдання	
24 год.	

## 1.6. Заплановані результати навчання

**У результаті вивчення даного курсу студент повинен**

**знати:**

- Означення основних та узагальнених функцій.
- Структуру узагальнених функцій основних та узагальнених функцій.
- Означення та властивості рядів Фур'є в просторах основних та узагальнених функцій.
- Згортку узагальнених функцій і перетворення Фур'є згортки.
- Рівняння в згортках та фундаментальний розв'язок.
- Розв'язання задачі Коши та крайової задачі для рівнянь в згортках.
- Визначення і приклади псевдодиференціальних операторів.
- Означення та властивості рядів Фур'є в  $L^2$  та  $H_{\text{per}}^s$ .
- Формулу Парсеваля та способи її застосування.
- Означення та властивості перетворення Фур'є в  $L^2$ .
- Означення та властивості перетворення Фур'є для розподілів.
- Властивості добутку та згортки перетворень Фур'є.
- Означення та властивості двовимірного перетворення Фур'є.
- Означення та властивості дискретного та чисельного перетворень Фур'є.
- Методи застосування рядів та перетворень Фур'є до математичних систем, що описують реальні процеси.

**вміти:**

- Знаходити похідну узагальнених функцій.
- Обчислювати перетворення Фур'є для узагальнених функцій.
- Розв'язувати рівняння в згортках.
- Знаходити фундаментальний розв'язок рівняння в згортках.
- Знаходити класи коректності задачі Коши та крайової задачі.
- Розвивати функцію в ряд Фур'є.
- Обчислювати перетворення Фур'є для класичних функцій та розподілів.
- Застосовувати ряди Фур'є для розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними.
- Застосовувати перетворення Фур'є для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь з частинними похідними.
- Обчислювати та застосовувати дискретне перетворення Фур'є.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Класичні простори тестових функцій та розподілів над ними.

**Тема 1.** Простори  $D, S, Z$  і перетворення Фур'є в них.

**Тема 2.** Двоїсті до  $D, S, Z$  простори і перетворення Фур'є в них.

**Тема 3.** Шкали просторів  $H^m, H_n, H_n^m$  та їх властивості.

**Тема 4.** Диференціальні рівняння з частинними похідними та крайові задачі для них у просторах розподілів.

### Розділ 2. Дискретні та періодичні простори соболевського типу.

**Тема 1.** Простори  $L^2(a, b)$  та  $l_2$ .

**Тема 2.** Періодичні функції в  $S'$ . Теорема Віттакера-Котельникова-Шеннона та обробка і передача сигналів.

**Тема 3.** Дискретне перетворення Фур'є та його застосування.

**Тема 4.** Дискретні простори соболевського типу  $l_{[a]}^m$ .

**Тема 5.** Періодичні простори соболевського типу  $H_{[a]}^m$ .

**Тема 6.** Крайові задачі та задачі теорії керування в періодичних просторах соболевського типу.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1</b>												
Тема 1	18	4	4			10						
Тема 2	18	4	4			10						
Тема 3	9	2	2			8						
Тема 4	9	2	2			8						
Індивідуальне завдання	18					12						
Разом за розділом 1	72	12	12			48						
<b>Розділ 2</b>												
Тема 1	9	2	2			7						
Тема 2	9	2	2			7						
Тема 3	9	2	2			7						
Тема 4	18	4	4			10						
Тема 5	27	6	6			15						
Тема 6	18	4	4			10						
Індивідуальне завдання	18					12						
Разом за розділом 2	108	20	20			68						
<b>Всього годин</b>	<b>180</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>116</b>						

### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Простори $D, S, Z$ і перетворення Фур'є в них.	4
2	Двоїсті до $D, S, Z$ простори і перетворення Фур'є в них.	4
3	Шкали просторів $H^m, H_n, H_n^m$ та їх властивості.	2
4	Диференціальні рівняння з частинними похідними та крайві задачі для них у просторах розподілів.	2
5	Простори $L^2(a,b)$ та $l_2$ .	2
6	Періодичні функції в $S'$ . Теорема Вігтакера-Котельникова-Шеннона та обробка і передача сигналів.	2
7	Дискретне перетворення Фур'є та його застосування.	2
8	Дискретні простори соболевського типу $l_{[a]}^m$ .	4
9	Періодичні простори соболевського типу $H_{[a]}^m$ .	6
10	Крайові задачі та задачі теорії керування в періодичних просторах соболевського типу.	4
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашнього завдання по темі простори $D, S, Z$ і перетворення Фур'є в них.	10
2	Виконання домашнього завдання по темі двоїсті до $D, S, Z$ простори і перетворення Фур'є в них.	10
3	Виконання домашнього завдання по темі шкали просторів $H^m, H_n, H_n^m$ та їх властивост.	8
4	Виконання домашнього завдання по темі диференціальні рівняння з частинними похідними та крайові задачі для них у просторах розподілів	8
5	Індивідуальне завдання: Задача Коші Для рівнянь з частинними похідними в просторах розподілів	12
4	Виконання домашнього завдання по темі простори $L^2(a,b)$ та $l_2$ .	7
5	Виконання домашнього завдання по темі періодичні функції в $S'$ та теорема Віттакера-Котельникова-Шеннона.	7
6	Виконання домашнього завдання по темі дискретне перетворення Фур'є та його застосування	7
	Виконання домашнього завдання по темі дискретні простори соболевського типу $l_{[a]}^m$	10
	Виконання домашнього завдання по темі періодичні простори соболевського типу $H_{[a]}^m$	15
	Виконання домашнього завдання по темі крайові задачі та задачі теорії керування в періодичних просторах соболевського типу.	10
	Індивідуальне завдання: Обчислення в дискретних і періодичних просторах соболевського типу.	12
	Разом	<b>116</b>

### 6. Індивідуальне завдання

1. Задача Коші Для рівнянь з частинними похідними в просторах розподілів.
2. Обчислення в дискретних і періодичних просторах соболевського типу.

### 7. Методи навчання

Лекційні та практичні заняття проводяться дистанційно за допомогою Zoom і з використанням Google Classroom.

### 8. Методи контролю

Перевірка виконання домашніх та індивідуального завдання, контрольної роботи. Проведення іспиту.

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль				Іспит	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Індивідуальні завдання	Разом		
16	20	24	60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (іспиту) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

### Критерії оцінювання

**Поточний контроль:** бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

**Індивідуальне завдання 1** (містить 1 завдання, максимальна оцінка 12 балів):

- (a) Зроблено лише перетворення Фур'є — 0–2 бали;
- (b) Зроблено перетворення Фур'є та розв'язано одержане рівняння, крайову задачу не розв'язано — 3–3 бали;
- (c) Зроблено перетворення Фур'є та розв'язано одержану крайову задачу — 7–9 балів;
- (d) Зроблено перетворення Фур'є, розв'язано одержану крайову задачу та обчислено обернене перетворення Фур'є — 10–12 балів.

**Індивідуальне завдання 2** (містить 2 завдання, максимальна оцінка 12 балів):

1. У завданні 1 максимальна оцінка 6 балів (пункт (a) — 3 бали, пункт (b) — 3 бали):
  - (a) (1) неправильно знайдено функцію або не зроблено спрощення результату (не обчислено суму ряду) — 0–2 бали;
  - (2) правильно знайдено функцію та зроблено спрощення результату (обчислено суму ряду) — 3 бали.
  - (b) (1) множину параметрів знайдено неправильно — 0–1 бал;
  - (2) множину параметрів знайдено правильно — 3 бали;
2. У завданні 2 максимальна оцінка 6 балів (пункт (a) — 3 бали, пункт (b) — 3 бали):
  - (a) (1) неправильно знайдено згортку — 0–1 бали;
  - (2) правильно знайдено згортку — 3 бали.
  - (b) (1) неправильно знайдено перетворення Фур'є від згортки — 0–1 бал;
  - (2) правильно знайдено перетворення Фур'є від згортки — 3 бали.

**Іспит (білет містить 4 завдання):**

1. У завданнях 1, 2 максимальна оцінка 10 балів:
  - (a) зазначені твердження сформульовано із суттєвими помилками, приклади відсутні — 0–2 бали;
  - (b) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади відсутні — 3–4 бали;
  - (c) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади наведено із суттєвими помилками — 5–6 балів;
  - (d) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади наведено правильно але без обґрунтування — 7–8 балів;
  - (e) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади наведено правильно із обґрунтуванням, можливі незначні помилки — 9–10 балів.
2. У завданнях 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:
  - (a) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
  - (b) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;

(с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.

Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. B. Osgood, Lecture Notes for EE261. The Fourier Transform and its Application, Stanford Univ., <https://see.stanford.edu/book-fall-07>
2. R.N. Bracewell, The Fourier Transform and its Application, McGraw Hill, 1986.
3. J.F. James, A Student's Guide to Fourier Transform, Cambridge University Press, 2011.

### Допоміжна література

4. R.M. Gray and J.W. Goodman, Fourier Transforms, Kluwer, 1995.
5. Ehrenprice L. Fouriers analysis in several complex variables, New York, Wiley-Interscience publishers, 1970.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. <http://www.thefouriertransform.com>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=spUNpyF58BY>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=1JnayXHhjlq>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=kKu6JDqNma8>
5. <https://www.youtube.com/watch?v=rCw-FVegWJA>