

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики _____

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ _____

“ 29 ” 08 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Задачі і алгоритми оптимізації

рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) _____

галузь знань _____ 11 – Математика та статистика _____

спеціальність _____ 113 – Прикладна математика _____

освітня програма _____ Прикладна математика _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ обов'язкова _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики
“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Ігнатович Світлана Юріївна, доктор фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики
Протокол від “28” серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної і освітньо-наукової програми
Прикладна математика
назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми
(керівник проектної групи) Прикладна математика



Світлана ІГНАТОВИЧ

Гарант освітньо-наукової програми
(керівник проектної групи) Прикладна математика



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року №1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Ольга АНОШЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Задачі і алгоритми оптимізації» складена відповідно до освітньо-професійної і освітньо-наукової програми підготовки

магістр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 – Прикладна математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання студентам теоретичних знань та практичних навичок з методів і алгоритмів розв'язання задач оптимізації.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

1. Ознайомлення з постановками оптимізаційних задач.
2. Ознайомлення з аналітичними і чисельними методами розв'язання задач оптимізації.
3. Застосування методів оптимізації до розв'язання деяких задач з аналізу даних.

1.3. Кількість кредитів – 6

1.4. Загальна кількість годин – 180

| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
|---|-------------------------------------|
| Обов'язкова | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| 1-й | |
| Семестр | |
| 1-й | |
| Лекції | |
| 32 год. | . |
| Практичні, семінарські заняття | |
| 32 год. | . |
| Лабораторні заняття | |
| | |
| Самостійна робота | |
| 116 год. | . |
| у тому числі індивідуальні завдання | |
| 10 год. | |

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення курсу студенти повинні

знати :

1. Постановки задач безумовної і умовної (скінченновимірної) оптимізації.
2. Метод множників Лагранжа.
3. Властивості задачі опуклого програмування, теорію двоїстості.
4. Деякі чисельні методи знаходження екстремумів.
5. Метод опорних векторів (SVM).

вміти:

1. Сформулювати задачу як задачу оптимізації.
2. Запропонувати алгоритм для розв'язання задачі.
3. Написати програму мовою Python, яка реалізує запропонований алгоритм.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Тема 1. Безумовна одновимірна оптимізація.

Екстремум функції одної змінної. Необхідні і достатні умови екстремуму для диференційованих функцій. Опуклі функції, необхідні і достатні умови екстремуму для опуклих функцій. Чисельні методи, що потребують знаходження похідної. Унімодальні функції, метод золотого перерізу.

Тема 2. Безумовна багатовимірна оптимізація.

Екстремум функції одної змінної. Необхідні і достатні умови екстремуму для диференційованих функцій. Опуклі функції, необхідні і достатні умови екстремуму для опуклих функцій. Методи спуску.

Тема 3. Задача на умовний екстремум.

Задача з обмеженнями-рівностями. Метод множників Лагранжа: необхідні і достатні умови екстремуму для диференційованих функцій. Метод штрафів.

Тема 4. Задача математичного програмування.

Задача з обмеженнями-нерівностями і задача з обмеженнями-рівностями і нерівностями. Метод множників Лагранжа: необхідні умови екстремуму для диференційованих функцій. Множники Лагранжа: аналіз чутливості.

Тема 5. Задача опуклого програмування.

Опуклі множини і функції, їх властивості. Опукла задача з обмеженнями-нерівностями і задача з обмеженнями-рівностями і нерівностями. Метод множників Лагранжа: необхідні і достатні умови екстремуму для опуклих функцій. Теорія двоїстості для опуклих задач.

Тема 6. Лінійно-квадратична задача.

Задача оптимізації з квадратичною функцією і лінійними обмеженнями. Існування екстремуму. Метод активних обмежень.

Тема 7. Метод опорних векторів (SVM).

Машинне навчання: задача класифікації. Метод опорних векторів. Лінійно нероздільні множини, kernel trick. Пряма і двоїста задачі. Приклади.

3. Структура навчальної дисципліни

| Назви модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
|---|-----------------|--------------|-----------|-----|----|------------|
| | Денна форма | | | | | |
| | Усього | у тому числі | | | | |
| л | | п | лаб | інд | ср | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Розділ 1. Алгоритми | | | | | | |
| Тема 1. Безумовна одновимірна оптимізація | 22 | 4 | 4 | | | 14 |
| Тема 2. Безумовна багатовимірна оптимізація | 20 | 4 | 4 | | | 12 |
| Тема 3. Задача на умовний екстремум | 22 | 4 | 4 | | | 14 |
| Тема 4. Задача математичного програмування | 22 | 4 | 4 | | | 14 |
| Тема 5. Задача опуклого програмування | 30 | 6 | 4 | | | 20 |
| <i>Контрольна робота</i> | 6 | | 2 | | | 4 |
| Тема 6. Лінійно-квадратична задача | 22 | 4 | 4 | | | 14 |
| <i>Індивідуальне (розрахунково-графічне) завдання</i> | 10 | | | | | 10 |
| Тема 7. Метод опорних векторів (SVM) | 26 | 6 | 6 | | | 14 |
| Усього годин | 180 | 32 | 32 | | | 116 |

4. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|--------------|---|-----------------|
| 1 | Одновимірна оптимізація, необхідні і достатні умови екстремуму. | 2 |
| 2 | Метод золотого перерізу. | 2 |
| 3 | Багатовимірна оптимізація, необхідні і достатні умови екстремуму. | 2 |
| 4 | Метод градієнтного спуску та інші методи спуску. | 2 |
| 5 | Метод множників Лагранжа для задачі на умовний екстремум. | 4 |
| 6 | Метод множників Лагранжа для задачі з обмеженнями-нерівностями. | 4 |
| 7 | Опуклі множини і функції. | 2 |
| 8 | Сідлова точка функції Лагранжа, двоїста задача. | 2 |
| 9 | <i>Контрольна робота</i> | 2 |
| 10 | Лінійно-квадратична задача, приклади. | 2 |
| 11 | Метод активних обмежень. | 2 |
| 12 | Постановка задачі класифікації. Метод опорних векторів для лінійно роздільних множин. | 4 |
| 13 | Регуляризація, kernel trick. | 2 |
| Разом | | 32 |

5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|--------------|---|-----------------|
| 1 | Виконання домашніх завдань з тем 1-7, робота з конспектом і додатковою літературою, підготовка до екзамену. | 102 |
| 2 | Підготовка до контрольної роботи. | 4 |
| 3 | Виконання індивідуального завдання. | 10 |
| Разом | | 116 |

6. Індивідуальні завдання

Комплексне індивідуальне завдання, яке включає задачі з тем 1-6.

7. Методи навчання

Методи навчання: частково-пошуковий, проблемний, пояснювально-ілюстративний (лекції), репродуктивний (практичні заняття). Студенти опановують частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного ознайомлення з літературою і самостійного написання комп'ютерних програм.

8. Методи контролю

1. Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом.
2. Перевірка контрольної роботи і індивідуального завдання.
3. Перевірка екзаменаційної роботи.

9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | Екзамен | Сума |
|--|----------------------|---------------------------------------|-------|---------|------|
| | Контрольна робота | Розрахунково -графічне завдання | Разом | | |
| T1–T7 | | | | | |
| 30 | 10 | 20 | 60 | 40 | 100 |

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену), не передбачена програмою.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Зміст *контрольної роботи*: студенту пропонуються дві задачі з використання методу множників Лагранжа: для розв'язання задачі опуклого програмування і для доведення нерівності. Максимальна оцінка – 10 балів. Кожне завдання оцінюється у 0-5 балів у залежності від змістовності отриманого розв'язку.

Зміст *індивідуального завдання*: студент отримує 5 завдань з тем 1-6, зокрема:

- 1) зробити кілька кроків методу золотого перерізу для заданої функції,
- 2) розв'язати задачу математичного програмування (лінійні або квадратичні цільова функція і обмеження),
- 3) задача оптимізації з параметром,
- 4) задача про опуклі множини або опуклі функції,
- 5) текстова задача.

Максимальна оцінка – 20 балів. Кожне завдання оцінюється у 0-4 бали у залежності від змістовності отриманого розв'язку.

Екзаменаційна робота передбачає письмову відповідь на два питання зі списку, який надається студентам. Питання включають теоретичний і практичний матеріал, який вивчався протягом семестру. Питання ставляться як проблемні. До кожного питання обов'язково наводити пояснювальні приклади. Максимальна оцінка за роботу – 40 балів. Відповідь на кожне питання оцінюється у 0-20 балів у залежності від її змістовності.

Шкала оцінювання: чотирирівнева

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка |
|--|--------------|
| 90 – 100 | відмінно |
| 70 – 89 | добре |
| 50 – 69 | задовільно |
| 1 – 49 | незадовільно |

10. Рекомендована література

Основна література

1. M.T. Heath. Scientific Computing. An introductory Survey. 2002.
2. S. Boyd, L. Vandenberghe. Convex Optimization. Cambridge University Press, 2009.
3. R. Fletcher. Practical Methods of Optimization. John Wiley & Sons, 1987.
4. Scientific Python Lectures (lectures.scientific-python.org), 2023 ed.

Допоміжна література

1. D.G. Luenberger, Y. Ye. Linear and Nonlinear Programming. Springer, 2016.
2. B.T. Polyak. Introduction to Optimization. 2010.
3. S. J. Wright, B. Recht. Optimization for Data Analysis. Cambridge University Press, 2022.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [Understanding Lagrange Multipliers Visually \(video\)](#)
2. [Sensitivity Analysis; Binghampton University \(video\)](#)
3. [Support Vector Machines \(University of California\): Linear SVMs, primal form \(video\)](#)
4. [Support Vector Machines \(University of California\): Dual and soft-margin forms \(video\)](#)
5. [Support Vector Machines \(SVM\) by Example \(video\)](#)