

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“ 29 ” 08 2023 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Методи оптимізації

(шифр і назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

галузь знань 11- Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика
(шифр і назва)

освітня програма Прикладна математика
(шифр і назва)

спеціалізація _____
(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики


2023/2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Ревіна Тетяна Володимирівна**, кандидат фіз.-мат.наук, доцент кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики, **Сморцова Тетяна Іванівна**, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики
Протокол від “28” серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



(підпис) Валерій КОРОБОВ
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи)
Прикладна математика
назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми
(керівник проектної групи) Прикладна математика




Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис) Ольга АНОЩЕНКО
(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Методи оптимізації**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 – Прикладна математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів методам моделювання та аналізу моделей.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

оволодіння майбутніми спеціалістами основами побудови систем, що моделюють різноманітні процеси, методами аналізу цих моделей.

1.3. Кількість кредитів – 3

1.4. Загальна кількість годин – 90

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>обов'язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
3-й	-й
Лекції	
16 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
–	
Самостійна робота,	
42 год.	
в тому числі індивідуальні завдання	
10 год.	

1.6. У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати:

- постановку задачі на безумовний екстремум у скінченновимірному просторі;
- постановку задачі на умовний екстремум у скінченновимірному просторі;

- постановку задачі математичного програмування у скінченновимірному просторі та метод множників Лагранжа;
- методи розв'язання задачі лінійного програмування;
- методи розв'язання транспортної задачі;

уміти:

- розв'язувати задачі на безумовний екстремум;
- застосовувати метод множників Лагранжа до розв'язання екстремальних задач;
- застосовувати алгоритм симплекс-методу розв'язання задачі лінійного програмування;
- застосовувати алгоритми розв'язання транспортної задачі;

Предметом вивчення навчальної дисципліни є вивчення методів розв'язання задач лінійного програмування та транспортної задачі.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Розділ 1. Задачі оптимізації у скінченновимірному просторі

Тема 1. Задачі на безумовний та умовний екстремум.

- Частинні похідні, диференційовність функції багатьох змінних.
- Необхідні та достатні умови безумовного екстремуму.
- Задача на умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.
- Необхідні та достатні умови умовного екстремуму.
- Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних на множині.

Розділ 2. Абстрактна теорія лінійного програмування.

Тема 2. Введення в задачі лінійного програмування (ЛП).

- Типові задачі математичного програмування: задача про розкрій, задача виробничого планування, задача про дієту, задача про призначення, задача оптимального розміщення, задача про розподіл ресурсів, задача про перевезення
- Загальна форма задачі ЛП та її інтерпретація в n-вимірному просторі.
- Властивості задач ЛП. Стандартна форма задачі ЛП. Нормальна форма задачі ЛП: основна екстремальна властивість кутових точок множини допустимих розв'язків.
- Методи побудови канонічної форми задачі ЛП: метод штучних змінних. Метод Жордана-Гауса.
- Структура множини оптимальних розв'язків.
- Цілочислові задачі ЛП. Постановка цілочислових задач ЛП. Економічна та геометрична інтерпретація.
- Задачі дробово-лінійного програмування.
- Багатокритеріальні задачі ЛП.

Тема 3. Методи розв'язку задач ЛП.

- Геометричний метод для розв'язування задач ЛП.
- Симплексний алгоритм для розв'язування задач ЛП.
- Принцип двоїстості в задачах ЛП. Зв'язок між розв'язками прямої і двоїстої задач. Двоїстий та змішаний алгоритм розв'язування задачі ЛП.

- Цілочислові задачі ЛП. Метод Гоморі визначення оптимального плану задачі цілочислового ЛП. Метод гілок і границь визначення оптимального плану задачі цілочислового ЛП.
- Задачі дробово-лінійного програмування та методи їх розв'язання.
- Багатокритеріальні задачі ЛП та методи їх розв'язання.

Розділ 3. Транспортна задача.

Тема 4. Транспортна задача та методи її розв'язання.

- Постановка різних типів транспортних задач.
- Зведення задач з неправильним балансом до задач із правильним балансом.
- Методи знаходження початкового опорного плану: метод північно-західного кута, метод мінімального елемента, метод подвійної переваги. Приклади знаходження початкового опорного плану.
- Методи знаходження оптимального плану: метод потенціалів, метод диференціальних рент, метод циклів. Приклади розв'язування транспортних задач.
- Угорський метод розв'язання транспортних задач.
- Модифікації транспортної задачі і методи їх розв'язання.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
Л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7
Розділ 1. Задачі оптимізації у скінченновимірному просторі						
Тема 1. Задачі на безумовний та умовний екстремум.	8	2	6			
<i>Індивідуальне завдання</i>	10				10	
Разом за розділом 1	18	2	6		10	
Розділ 2. Абстрактна теорія лінійного програмування.						
Тема 2. Введення в задачі лінійного програмування	17	3	4			10
Тема 3. Методи розв'язку задач ЛП.	26	4	8			14
Разом за розділом 2	43	7	12			24
Розділ 3. Транспортна задача.						
Тема 4. Транспортна задача та методи її розв'язання.	25	7	10			8
<i>Контрольна робота</i>	4		4			
Разом за розділом 3	29	7	14			8
Усього годин	90	16	32		10	32

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Знаходження безумовного екстремуму функції багатьох змінних	2
2	Знаходження умовного екстремуму функції багатьох змінних	2

3	Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на множині	2
4	Загальна форма задачі ЛП та її інтерпретація в n-вимірному просторі. Еквівалентні перетворення до стандартної та нормальної форми. Геометрична інтерпретація задачі ЛП	2
5	Канонічна форма задачі ЛП: метод Жордана-Гауса перетворення канонічних форм та канонічних розв'язків	1
6	Метод штучних змінних перетворення стандартної форми до канонічної форми	1
7	Геометричний метод для розв'язування задач ЛП	2
8	Симплекс метод для розв'язування задач ЛП	4
9	Застосування принципу двоїстості до розв'язання задач лінійного програмування.	2
10	Постановка різних типів транспортних задач.	2
11	Зведення задач з неправильним балансом до задач із правильним балансом.	1
12	Методи знаходження початкового опорного плану: метод північно-західного кута, метод мінімального елемента, метод подвійної переваги. Приклади знаходження початкового опорного плану	3
13	Методи знаходження оптимального плану: метод потенціалів, метод циклів, метод диференціальних рент. Приклади розв'язування транспортних задач	4
14	Написання та захист контрольної роботи	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розібрати типові задачі математичного програмування: задача про розкрій, задача виробничого планування, задача про дієту, задача про призначення, задача оптимального розміщення, задача про розподіл ресурсів, задача про перевезення	10
2	Ознайомитися зі змішаним алгоритмом розв'язування задачі ЛП	2
3	Ознайомитися з цілочисловими задачами ЛП та їх економічною та геометричною інтерпретацією	2
4	Розібрати метод Гоморі визначення оптимального плану задачі цілочислового ЛП	2
5	Розібрати метод гілок і границь визначення оптимального плану задачі цілочислового ЛП	2
6	Ознайомитися з задачами дробово-лінійного програмування та методами їх розв'язання.	3
7	Ознайомитися з багатокритеріальними задачами ЛП та методами їх розв'язання.	3
8	Розібрати економічні задачі, що зводяться до задач транспортного типу.	2
9	Розібрати угорський метод розв'язання транспортних задач	2
10	Ознайомитися з модифікаціями транспортної задачі і методами їх розв'язання	4
11	Виконання індивідуального завдання.	10
	Разом	42

6. Індивідуальні завдання.

Приклади індивідуальних завдань:

1. Аркуш картону має форму прямокутника зі сторонами a та b . Вирізаючи по кутах цього прямокутника квадрати і згинаючи частини хрестоподібної фігури, що виступають, отримаємо відкриту зверху коробку, висота якої дорівнює стороні квадрата. Якою має бути сторона квадрата, щоб об'єм коробки був найбільшим?
2. З трьох дощок однакової ширини потрібно сколотити жолоб. При якому куті нахилу бокових стін площа поперечного перерізу жолоба буде найбільшою?
3. Знайти висоту правильної трикутної призми найбільшого об'єму, вписаної у кулю радіуса R .
4. Коло радіуса R розділений на два сегменти прямий, що віддаляється від центру кола на відстань h . Серед усіх прямокутників, вписаних у менший із цих сегментів, знайти прямокутник з найбільшою площею.
5. Знайти найбільший об'єм циліндра, периметр осевого перерізу якого дорівнює a .
6. Обчислити найбільший об'єм циліндра, повна поверхня якого дорівнює S .
7. Консервна банка має циліндричну форму. Знайти найбільш вигідні розміри банки, тобто визначити відношення діаметра основи до висоти циліндра, що має при заданій повній поверхні найбільший обсяг.
8. Яким має бути котел, що складається з циліндра, завершеного півсферами, зі стінками заданої товщини, щоб при даній місткості V на нього пішла найменша кількість матеріалу?

7. Методи навчання

- словесні (лекції, пояснення, навчальні дискусії)
- практичні (розв'язання задач)
- репродуктивний (розв'язання типових задач)
- пошуковий (індивідуальне завдання)
- методи узагальнення та конкретизації.

8. Методи контролю

- Контроль на практичних заняттях
- Контроль на лекціях
- проведення та перевірка контрольної роботи,
- перевірка індивідуального завдання,
- проведення заліку.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання							
Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Залікова робота	Сума
3	3	3	3	33	15	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Шкала оцінювання (дворівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Нарахування балів:

Поточний контроль – до 12 балів,
Контрольна робота – до 33 балів,
Індивідуальне завдання – до 15 балів,
Залікова робота – до 40 балів.

Контрольна робота оцінюється у 33 балів. Робота складається з 4 практичних задач.

Зміст контрольної роботи:

1. Розв'язати задачу на умовний екстремум, знайти найбільше і найменше значення функції на множині,
2. розв'язати задачу лінійного програмування двома методами – геометрично і симплекс методом,
3. розв'язати транспортну задачу: знайти початковий опорний план методом північно-західного кута або методом мінімального елемента, знайти оптимальний план методом потенціалів, або методом диференціальних рент.

Критерії оцінки по першому завданню.

8-10 – 2 задачі розв'язані до кінця, можливі невеликі помилки,
4-7 – 1 задача розв'язана повністю, друга задача розв'язана наполовину,
0-3 – розв'язано менше половини кожної задачі.

Критерії оцінки по другому завданню.

10-13 – задача розв'язана двома методами, можливі невеликі помилки,

5-9 – задача розв’язана одним із методів, другий не доведено до кінця,
0-4 – один із методів відсутній, немає доведеної до кінця відповіді у другому методу.
Критерії оцінки по третьому завданню,
8-10 – знайдено і початковий опорний план, і оптимальний план, можливі невеликі помилки,
4-7 – знайдено тільки один із планів, другий не доведено до кінця,
0-3 – знайдено неповністю тільки початковий план.

Залікова робота складається з трьох завдань і передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання зі списку, який надається студентам заздалегідь, а також розв’язання практичної задачі.

Кожне теоретичне завдання оцінюється максимально 15 балами, задача – 10 балами.

По кожному завданню залікової роботи нараховується:

- максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід міркувань в цілому правильний;
- якщо відповідь не відповідає жодному з критеріїв – виставляється 0 балів.

10. Рекомендована література

1. Ващук Ф. Г., Лавер О. Г., Шумило Н. Я. Математичне програмування та елементи варіаційного числення. – 2008.
2. Грібова В. В. та ін. Конспект лекцій з дисципліни «Теорія ігор», розділ «Елементи лінійного програмування» Одеса : Одеська політехніка, 2023. – 49 с.
3. Дослідження операцій. Конспект лекцій / Уклад.: О.І. Лисенко, І.В. Алексєєва, – К: НТУУ «КПІ», 2016. – 196 с.
4. Дослідження операцій. Навчально-методичний посібник / Уклад.: В. В. Онищенко – К: Державний університет телекомунікацій, 2016. – 44 с.
5. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. – Київ: Слово, 2006. –804 с.
6. Зайченко О. Ю., Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Збірник задач. – Київ: Слово, 2007. – 462 с.
7. Зелінський, Ю. Б. Транспортна задача. Київ: КСУ, 2004.
8. Лінійне програмування: практикум з дисципліни «Методи оптимізації»[Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика»/ Т. С. Ладогубець, О. Д. Фіногенов. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 61 с
9. Рудавський Ю. К. та ін. Збірник задач з математичного аналізу. – Львівська політехніка, 2008. – 353 с.
10. Транспортна задача [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення», / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. К. Молодід. – Електронні текстові дані– Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 37 с.
11. Фіхтенгольц Г. М. Курс диференціального і інтегрального числення.
<https://nebayduzhi-math.azurewebsites.net/>
12. Eiselt Н. А., Sandblom С.-L. Linear programming and its applications. Springer Science & Business Media, 2007.
13. Murthy P. Rama. Operations research (linear programming). Bohem press, 2005.

Допоміжна література

1. Мартинюк П. М., Мічуга О. Р. Методи оптимізації та дослідження операцій. – 2011.

2. Математичні методи дослідження операцій : підручник / Є. А. Лавров, Л. П. Перхун, В. В. Шендрик та ін. – Суми : Сумський державний університет, 2017. – 212 с.
3. Рогоза Н. А., Шульга Н. Г., Галаєва Л. В. Дослідження операцій. – 2015.