

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Математичне моделювання з Python**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань 11 – Математика та статистика

спеціальність 113 – Прикладна математика  
(шифр і назва)

освітня програма Прикладна математика  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни за вибором  
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики  
“29”серпня 2023 року, протокол №8

**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:**

***Ігнатович Світлана Юрївна***, доктор фізико-математичних наук, доцент, професор  
кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики  
Протокол від “28”серпня2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної  
групи) Прикладна математика  
назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми

(керівник проектної групи) Прикладна математика



(підпис)

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики  
і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна  
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29”серпня2023 року, протокол №1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Математичне моделювання з Python**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки  
бакалавр  
 (назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 – Прикладна математика

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань та практичних навичок з методів математичного моделювання, а також з практичного використання мови програмування Python для побудови і дослідження математичних моделей.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Теоретична і практична підготовка з математичного моделювання і проведення комп'ютерних експериментів із застосуванням бібліотек наукових обчислень Python.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна(дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год.	-
<u>Практичні, семінарські заняття</u>	
22 год.	-
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
66 год.	-
в тому числі індивідуальне завдання	
год.	

## 1.6. Заплановані результати навчання

### **Знати :**

1. Методи створення алгоритмів для математичного і комп'ютерного моделювання, візуалізації і аналізу результатів.
2. Основні можливості бібліотек з наукових розрахунків Python.

### **Вміти:**

1. Написати програму мовою Python з використанням бібліотек NumPy, SciPy, Matplotlib для розв'язання задач з математичного моделювання, проведення комп'ютерних експериментів, візуалізації результатів.
2. Провести комп'ютерний експеримент за заданою темою, отримати і проаналізувати результати, зробити висновки.

## 1. Тематичний план вибіркової навчальної дисципліни.

### **Розділ 1.** Задачі моделювання процесів, пов'язаних із випадковістю

#### *Тема 1.* Випадкові блукання

Одновимірні випадкові блукання. Моделювання задачі про розорення гравця. Проведення комп'ютерного експерименту для дослідження тривалості лідерства. Візуалізація.

#### *Тема 2.* Перколяція

Формулювання задачі про двовимірну перколяцію на квадратній решітці. Візуалізація. Проведення комп'ютерного експерименту для знаходження порогу перколяції.

#### *Тема 3.* Задача з теорії масового обслуговування

Формулювання задачі про дослідження довжини черги. Проведення комп'ютерного експерименту для дослідження ефективності методу «вибору з двох».

### **Розділ 2.** Математичні моделі, які описуються диференціальними і різницевиими рівняннями

#### *Тема 4.* Одновимірні і двовимірні неперервні моделі

Задачі, що приводять до одновимірних і двовимірних моделей: динаміка популяцій, коливання маятника. Фазові портрети. Анімація.

#### *Тема 5.* Хаос

Різницеві рівняння і хаотична поведінка. Біфуркації. Візуалізація хаосу: павутинні діаграми. Тривимірні неперервні моделі: атрактор Лоренца.

#### *Тема 6.* Фрактали

Фрактали, їх властивості і візуалізація. Функції комплексної змінної і фрактали: множина Мандельброта, множина Жюліа. Фрактали Ляпунова. Басейни Ньютона.

## 2. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7
<b>Розділ 1.</b> Задачі моделювання процесів, пов'язаних із випадковістю						

Тема 1. Випадкові блукання	16	4	4			8
Тема 2. Перколяція	16	4	2			10
Тема 3. Задача з теорії масового обслуговування	6	2	2			2
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>38</b>	<b>10</b>	<b>8</b>			<b>20</b>
<b>Розділ 2. Математичні моделі, які описуються диференціальними і різницевиими рівняннями</b>						
Тема 4. Одновимірні і двовимірні неперервні моделі	36	10	4			22
Контрольна робота	4		2			2
Тема 5. Хаос	26	8	4			14
Тема 6. Фрактали	16	4	4			8
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>82</b>	<b>22</b>	<b>14</b>			<b>46</b>
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>22</b>			<b>66</b>

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Візуалізація випадкових блукань: побудова графіків. Проведення комп'ютерних експериментів щодо тривалості лідерства	4
2	Візуалізація перколяції та проведення комп'ютерного експерименту. Дослідження порогу перколяції	2
3	Дослідження ефективності методу «вибір з двох»	2
4	Одновимірні моделі, що приводять до диференціальних рівнянь. Побудова інтегральних кривих	2
5	Системи двох диференціальних рівнянь. Фазові портрети. Анімація коливання маятника.	2
6	<i>Контрольна робота</i>	2
7	Одновимірне різницеве рівняння: павутинна діаграма, цикли, виникнення хаосу. Атрактор Лоренца: візуалізація	4
8	Візуалізація фракталів: алгоритми, що використовують функції комплексної змінної	4
<b>Разом</b>		<b>22</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань з візуалізації випадкових блукань, проведення комп'ютерного експерименту	8
2	Виконання домашніх завдань з візуалізації перколяції на двовимірній решітці і проведення комп'ютерного експерименту	10
3	Виконання домашнього завдання з моделювання задачі з теорії черг	2
4	Виконання домашніх завдань зі складання і чисельного розв'язання диференціальних рівнянь, до яких приводять деякі біологічні моделі	10
5	Виконання домашніх завдань з аналізу і візуалізації векторних полів і фазових портретів, анімації динаміки систем	12
6	Підготовка до контрольної роботи	2

7	Виконання домашніх завдань з візуалізації павутинних діаграм, моделювання хаотичної поведінки, побудови біфуркаційної діаграми	6
8	Виконання домашніх завдань з анімації атрактору Лоренца і проведення комп'ютерних експериментів	8
9	Виконання домашніх завдань з візуалізації множин Мандельброта, Жюліа, інших фрактальних множин	6
10	Підготовка до залікової роботи	2
	<b>Разом</b>	<b>66</b>

## 6. Індивідуальне завдання

*Не передбачено.*

## 7. Методи навчання

- При викладенні теоретичного матеріалу використовується пояснювально-ілюстративний метод і метод проблемного викладення.
- На практичних заняттях при створенні комп'ютерних програм і проведенні комп'ютерних експериментів використовуються частково-пошуковий і дослідницький методи навчання.

## 8. Методи контролю

- Поточне опитування
- Перевірка виконання домашніх завдань
- Перевірка контрольної роботи
- Перевірка залікової роботи

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Залікова робота	Сума
Розділ1	Розділ2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
T1–T3	T4–T6				
15	30	15	60	40	100

T1 – T6 – теми розділів.

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (заліку), не передбачена програмою.

## Критерії оцінювання навчальних досягнень

За кожне практичне заняття (активна робота на занятті та виконання домашнього завдання) можна отримати 3 бали. Оцінка за поточний контроль формується як сума оцінок за всі заняття. Якщо заняття пропущене з поважної причини, домашнє завдання має бути виконане.

Контрольна робота: за допомогою бібліотек NumPy, SciPy та Matplotlib зобразити фазові портрети даних двох двовимірних систем диференціальних рівнянь (одна з яких подана в полярних координатах). Знайти точки спокою і дослідити (теоретично) їх характер. Проілюструвати властивості на рисунку. Дослідити системи на існування

граничного циклу. Очікуваний результат: створена робоча програма, яка виконує поставлене завдання. За контрольну роботу виставляється оцінка 0-15 балів з урахуванням правильності і повноти виконання.

Залікова робота включає два теоретичних питання зі списку, що надається студентам заздалегідь. До кожного питання треба наводити приклади. За кожне з двох виставляється оцінка 0-20 балів з урахуванням правильності і повноти відповіді.

### Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

## 10.Рекомендована література

### Основна література

1. Махней О. В. Математичне моделювання: навчальний посібник. Івано-Франківськ, 2015.
2. Хусаїнов Д. Я., Харченко І. І., Шатирко А. В. Введення в моделювання динамічних систем: навчальний посібник. Київ, 2010.
3. Мізюк О. Путівник мовою програмування Python:  
<https://pythonguide.rozh2sch.org.ua/>

### Допоміжна література

1. Костецька В.В., Кізілова Н.М. Математичне моделювання динаміки пандемії COVID-19 // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління», вип. 48, 2020. – 65-71.  
<https://periodicals.karazin.ua/mia/article/view/17031>
2. Goodrich M. T., Tamassia R., Goldwasser M. H., Data Structures and Algorithms in Python. 2013.
3. Bliss K.M., Fowler K.R., Galuzzo B.J. Math modeling: getting started and getting solutions. SIAM, 2014.
4. D. Kaplan, L. Glass. Understanding nonlinear dynamics. Springer, 1995.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. SciPy Lecture Notes, 2017 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу:  
<https://scipy-lectures.org/>
2. The Python Tutorial [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу:  
<https://docs.python.org/3/tutorial/index.html>
3. [www.python.org](http://www.python.org)
4. <http://www.pythontutor.com>