

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики



**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

.. 29 .. 08 2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Математичне моделювання динамічних систем**

рівень вищої освіти другий (магістерський)  
галузь знань 11 – Математика та статистика  
спеціальність 113 – Прикладна математика  
освітня програма Прикладна математика  
спеціалізація \_\_\_\_\_  
вид дисципліни за вибором  
факультет математики і інформатики

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету (інституту, центру)

“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: *Кізілова Наталія Миколаївна*, професор, доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від “28” серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-наукової програми (керівником проектної групи) Прикладна математика

назва освітньої програми

Гарант освітньо-наукової програми

(керівник проектної групи) Прикладна математика



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Математичне моделювання динамічних систем” складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки

магістр (ОНП)

(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

напряму \_\_\_\_\_

спеціальності \_\_\_\_\_ 113 Прикладна математика \_\_\_\_\_

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “**Математичне моделювання динамічних систем**” є надання знань і практичних навичок у формулюванні і розв’язанні різних типів прикладних задач, які стосуються складних динамічних систем і постійно виникають у різних галузях виробництва, науки і у сучасних технологіях.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “**Математичне моделювання динамічних систем**” є вивчення студентами основних типів прикладних задач, які стосуються динамічних систем, їх математичних формулювань, наявних аналітичних і чисельних методів їх розв’язання, математичних підходів до аналізу, чисельного дослідження і візуалізації результатів для подальшого використання в різних галузях науки і виробництва.

1.3. Кількість кредитів 6

1.4. Загальна кількість годин 180

### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни

За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
4-й	-й
Лекції	
16 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
16 год.	год.
Лабораторні заняття	
	год.
Самостійна робота	
148 год.	год.
Індивідуальні завдання	
	год.

### 1.6. Заплановані результати навчання

студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**Знати:**

1. типи динамічних систем і математичні методи їх дослідження;
2. принципи математичного моделювання еволюції динамічних систем;
3. чисельні методи, алгоритми і програмні продукти для комп'ютерного моделювання динамічних систем;
4. моделі і методи статистичного аналізу даних, які відповідають різним динамічним системам.

**Вміти:**

1. формулювати і перевіряти гіпотези на основі результатів застосування класичних і сучасних методів статистичного аналізу динамічних систем;
2. зводити прикладну задачу до відповідної системи диференціальних рівнянь і знаходити розв'язок системи аналітичними або чисельними методами;
3. використати сучасні пакети прикладних програм для візуалізації і наочного представлення результаті моделювання поведінки динамічної системи;
4. проводити наукові дослідження еволюції динамічної системи з бідь-якої прикладної галузі.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни.

### ***Розділ 1. Математичне моделювання динамічних систем.***

**Тема 1.** Поняття динамічної системи, основні визначення і приклади.

**Тема 2.** Історія, класи і математичні моделі динамічних систем.

**Тема 3.** Теорія динамічних систем та різні розділи математики.

**Тема 4.** Теорія відображень у моделюванні динамічних систем.

### ***Розділ 2. Використання математичних моделей динамічних систем в сучасних технологіях.***

**Тема 5.** Моделювання і прогноз динаміки (населення, популяції, фінансів тощо).

**Тема 6.** Стійкість динамічних систем.

**Тема 7.** Регулярна, квазіперіодична і хаотична динаміка.

**Тема 8.** Динамічні системи в геофізиці і екології.

**Тема 9.** Динамічні системи в біології і медицині.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Математичні основи моделювання фізичних систем</b>												
Тема 1. Поняття динамічної системи, основні визначення і приклади	11	1	1			9						
Тема 2. Історія, класи і математичні моделі динамічних систем	11	1	1			9						
Тема 3. Теорія динамічних систем та різні розділи математики	22	2	2			18						
Тема 4. Теорія відображень у моделюванні динамічних систем	24	2	2			20						
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>68</b>	<b>6</b>	<b>6</b>			<b>56</b>						
<b>Розділ 2. Математичні моделі наномеханіки і нанореології.</b>												
Тема 5. Моделювання і прогноз динаміки (населення, популяції, фінансів тощо)	22	2	2			18						
Тема 6. Стійкість динамічних систем	24	2	2			20						
Тема 7. Регулярна, квазіперіодична і хаотична динаміка	22	2	2			18						
Тема 8. Динамічні системи в геофізиці і екології	22	2	2			18						
Тема 9. Динамічні системи в біології і медицині	22	2	2			18						
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>112</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			<b>92</b>						
<b>Всього годин</b>	<b>180</b>	<b>16</b>	<b>16</b>			<b>148</b>						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Приклади динамічних систем і їх класи	2
2	Використання аналітичних перетворень і чисельних методів дослідження стійкості динамічної системи	2
3	Хаотична динаміка: визначення, приклади і методи досліджень	3
4	Теорія відображень і динамічні мапи	3
5	Моделювання динаміки кількості населення	3
6	Моделювання квазіперіодичних систем	3
	<b>Разом</b>	<b>16</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Вивчити головні визначення теорії динамічних систем і навести характерні приклади	9
2	Визначити класи динамічних систем і відповідні математичні моделі	9
3	Дослідити зв'язки теорії динамічних систем з різними розділами математики	18
4	Вивчити підходи теорії відображень до моделюванні динамічних систем	20
5	Вивчити математичні моделі і прогноз динаміки зростання населення, популяції, фінансів тощо	18
6	Вивчити методи дослідження стійкості динамічних систем	20
7	Вивчити методи дослідження регулярної, квазіперіодичної і хаотичної динаміки систем	18
8	Приклади динамічних систем в геофізиці і екології	18
9	Приклади динамічних систем в біології і медицині	18
	<b>Разом</b>	<b>148</b>

#### 6. Індивідуальні завдання (не передбачені робочим планом)

#### 7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний і частково-пошуковий методи. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного розв'язання прикладної задачі. Протягом семестру виконується індивідуальний проект, результати якого підсумовують усі теми курсу.

#### 8. Методи контролю

1. Онлайн дискусія за матеріалами кожної лекції (в обсязі 25-30% від часу лекції), список питань для обговорення надається наприкінці кожної лекції.
2. Стислий опит за матеріалами попередньої лекції
3. Перевірка виконання домашніх завдань
4. Виконання практичних завдань на відкритих онлайн-дошках
5. Проведення заліку/іспиту.

## 9. Схема нарахування балів

Семестровий індивідуальний проект – до 40 балів,  
Контрольна робота – до 20 балів,  
Залікова робота – до 40 балів.

### Критерії оцінювання

Контрольна робота оцінюється у 20 балів. Робота складається з теоретичних та практичних запитань. У разі правильної обґрунтованої відповіді студент отримує за завдання бали; якщо у відповіді є помилки, бал не зараховується.

Зміст семестрового проекту: студентам надана проста прикладна задача з обраної галузі. Потрібно запропонувати математичну модель, сформулювати і розв'язати відповідну систему рівнянь або задачу оптимізації.

Після виконання семестрового проекту студенти надають звіт, за результатами цього звіту виставляється оцінка до 40 балів за такими критеріями:

0-10 балів - Було проведено аналіз завдання та запропоновано математичну модель прикладної задачі, однак практичної реалізації результату отримано не було.

10-25 балів - Було проведено аналіз завдання та запропоновано математичну модель прикладної задачі. Був використаний метод розв'язання задачі (напіваналітичний або чисельний).

25-35 балів - Було проведено аналіз завдання, статистичний аналіз даних для прикладної задачі, на базі чого була запропонована математична модель задачі і був розроблений програмний код для проведення розрахунків. Код був протестований на спрощеній постановці задачі.

35-40 балів - Було проведено аналіз завдання, статистичний аналіз даних для прикладної задачі, на базі чого були запропоновані кілька (2-3) математичних моделі задачі і був розроблений програмний код для проведення розрахунків. Код був протестований на спрощеній постановці задачі и використаний для розв'язання прикладної задачі з різними параметрами.

Залікова робота складається з трьох завдань і передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання зі списку, який надається студентам заздалегідь, а також розв'язання практичної задачі.

Кожне теоретичне завдання оцінюється максимально 15 балами, задача – 10 балами.

По кожному завданню залікової роботи нараховується:

- максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід міркувань в цілому правильний;
- якщо відповідь не відповідає жодному з критеріїв – виставляється 0 балів.

### Шкала оцінювання (дворівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Кізілова Н.М. Метод динаміки частинок в математичному моделюванні динамічних систем. Методичні рекомендації для студентів другого курсу другого (магістерського) рівню вищої освіти зі спеціальності «Прикладна математика». Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна. - 2023. - 108с.
2. Кізілова Н.М. Метод скінченних елементів в розв'язанні прикладних задач механіки рідини з AnSys Rluent 2021R1. Харків: ХНУ ім. В.Н. Каразіна. 2021. – 80 с.
3. Кізілова Н.М. «Прикладні задачі сучасної мікрофлюїдики і нанофлюїдики.» Методичні рекомендації до практичних занять з курсу «Наномеханіка та сучасні нанотехнології» для студентів спеціальності «Прикладна математика». Харків: ХНУ ім. В.Н. Каразіна. - 2020. - 36с.
4. Kizilova N.N., Solovjova H.N. “Rheology of materials.” Методичні рекомендації до практичних занять з курсу «Основи реології» для студентів спеціальності «Прикладна математика». Харків: ХНУ ім. В.Н. Каразіна. - 2020. - 52с.
5. Кізілова Н.М. «Метод скінченних елементів у розв'язанні задач механіки рідини і газу.» Методичні рекомендації до практичних занять та самостійної роботи з курсу «Чисельні методи механіки суцільних середовищ» для студентів спеціальності «Прикладна математика». Харків: ХНУ ім. В.Н. Каразіна. - 2020. - 64с.
6. Кізілова Н.М., Ромашов Ю.В. Розв'язання внутрішніх та зовнішніх задач обтікання. Методичні рекомендації. – Харків. – 2017. – 48 с.

### Допоміжна література

1. Пічкур В.В., Капустян О.В., Собчук В.В. Теорія динамічних систем. Навчальний посібник. Луцьк: Вежа-Друк. 2020. [https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2023/01/teoriia\\_dynamichnykh\\_system\\_kapustianov\\_pichkurvv\\_sobchukvv.pdf](https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2023/01/teoriia_dynamichnykh_system_kapustianov_pichkurvv_sobchukvv.pdf)
2. Швець О.Ю. Динамічні системи. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. 2021. <https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42838/1/Posibnik-nor-2021-exp.pdf>
2. Хусаїнов Д.Я., Шатирко А.В. Динамічні системи з післядією. Навчальний посібник. Київ: ВПЦ Київський університет. 2018. [https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2019/Husainov\\_2018\\_153.pdf](https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2019/Husainov_2018_153.pdf)
3. Layek G.C. An introduction to dynamical systems and chaos. Springer. 2015. [https://cosweb1.fau.edu/~jmirelesjames/ODE\\_course/dynamicsBook.pdf](https://cosweb1.fau.edu/~jmirelesjames/ODE_course/dynamicsBook.pdf)
4. Brin M., Stuck G. Introduction to dynamical systems. Cambridge University Press. 2004. [https://www.ceremade.dauphine.fr/~fejoz/Enseignement/ds2021/Brin-Stuck\\_2002\\_Introduction-to-Dynamical-Systems.pdf](https://www.ceremade.dauphine.fr/~fejoz/Enseignement/ds2021/Brin-Stuck_2002_Introduction-to-Dynamical-Systems.pdf)
5. Katok A., Hasselblatt B. Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of mathematics and its applications. Cambridge University Press. 1995. 824p. [https://cosweb1.fau.edu/~jmirelesjames/ODE\\_course/katok.pdf](https://cosweb1.fau.edu/~jmirelesjames/ODE_course/katok.pdf)
6. Knill O. Dynamical systems. Textbook. Harvard University Press. 2005. [https://legacy-www.math.harvard.edu/archive/118r\\_spring\\_05/handouts/text.pdf](https://legacy-www.math.harvard.edu/archive/118r_spring_05/handouts/text.pdf)