

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
Математики і інформатики _____
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ _____
08 _____ 2023 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Функціональний аналіз

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) _____
галузь знань _____ 11–Математика та статистика _____
спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____
(шифр і назва)
освітня програма _____ Прикладна математика _____
(шифр і назва)
спеціалізація _____
(шифр і назва)
вид дисципліни _____ обов'язкова _____
(обов'язкова / за вибором)
факультет _____ математики і інформатики _____

2023/2024 навчальний рік


свад. н. жолтк.

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Коробов Валерій Іванович**, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри, професор.


Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
“29” серпня 2023 року, протокол № 8

Завідувач кафедри Прикладної математики


_____ Валерій КОРОБОВ _____
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи) _____
Прикладна математика
назва освітньої програми


Гарант освітньо-професійної програми
(керівник проектної групи) _____ Прикладна математика _____


_____ Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ _____
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії _____ факультету математики і інформатики


_____ Ольга АНОЩЕНКО _____
(підпис) (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Функціональний аналіз» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 Прикладна математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Функціональний аналіз” є навчання майбутніх спеціалістів сучасним методам функціонального аналізу.

1.2. Основні завданнями вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни “Функціональний аналіз” є оволодіння майбутніми спеціалістами основами функціонального аналізу та здатність застосовувати методи функціонального аналізу до розв’язання конкретних задач.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>обов’язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	–
Семестр	
6-й	–
Лекції	
32 год.	–
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	–
Лабораторні заняття	
–	–
Самостійна робота	
56 год.	–
у тому числі індивідуальні завдання	
2 год.	–

1.6. Заплановані результати навчання

знати :

основні властивості метричних, лінійних, нормованих, гільбертових просторів, означення та приклади лінійних функціоналів та операторів, основні теореми функціонального аналізу – теорему Хана-Банаха, теорему Банаха про зворотний оператор та теорему Банаха-Штейнгауза – та

їх наслідки; означення та приклади спектру лінійного оператора, загальний вигляд лінійних функціоналів в конкретних просторах;

вміти:

розв'язувати задачі за вивченими розділами.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні простори та їх властивості

Тема 1. Метричні простори.

Метричні простори. Принцип стислих відображень. Компактні множини в метричних просторах. Теорема Вейерштрасса. Поповнення метричних просторів.

Тема 2. Нормовані простори.

Нормовані простори. Лема Рісса. Некомпактність кулі в банахових просторах.

Тема 3. Гільбертові простори.

Гільбертові простори, розклад у пряму суму підпросторів. Ортонормовані системи. Ряди Фур'є. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля. Критерій збіжності ряду Фур'є до елемента x . Теорема Рісса-Фішера.

Розділ 2. Лінійні обмежені оператори у нормованих просторах

Тема 4. Лінійні обмежені оператори.

Лінійні обмежені оператори. Норма лінійного оператора. Розширення лінійного оператора за неперервністю. Простір лінійних неперервних операторів $[X, Y]$. Повнота простору лінійних операторів.

Тема 5. Принцип рівномірної обмеженості.

Принцип рівномірної обмеженості. Теорема Банаха-Штейнгауза. Застосування теореми Банаха-Штейнгауза.

Тема 6. Зворотний оператор.

Зворотний оператор. Критерій існування обмеженого зворотного оператора. Зворотність оператора, що близький до одиничного. Теорема Банаха про зворотний оператор. Принцип відкритості відображення. Замкнені оператори. Спектр і резольвента лінійного оператора. Теорема Банаха про зворотний оператор.

Розділ 3. Лінійні обмежені функціонали

Тема 7. Теорема Хана-Банаха.

Опуклі функціонали. Функціонал Мінковського. Теорема Хана-Банаха про продовження лінійного функціонала в дійсному лінійному просторі. Теорема Хана-Банаха в нормованому просторі. Відокремлюваність опуклих множин у нормованому просторі.

Тема 8. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів.

Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів у R^n , H , $C[a, b]$, l_p . Вкладення X в X^{**} . Спряжені оператори, слабка збіжність елементів.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7
Розділ 1. Основні простори та їх властивості						
Тема 1. Метричні простори. Принцип стислих відображень. Компактні множини в метричних просторах. Теорема Вейерштрасса. Поповнення метричних просторів.	12	4	5			3

Тема 2. Нормовані простори. Лема Рісса. Некомпактність кулі в банахових просторах.	11	3	3			5
Тема 3. Гільбертові простори, розклад у пряму суму підпросторів. Ортонормовані системи. Ряди Фур'є. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля. Критерій збіжності ряду Фур'є до елемента x . Теорема Рісса-Фішера.	7	3	2			2
Разом за розділом 1	30	10	10			10
Розділ 2. Лінійні обмежені оператори у нормованих просторах						
Тема 4. Лінійні обмежені оператори. Норма лінійного оператора. Розширення лінійного оператора за неперервністю. Простір лінійних неперервних операторів $[X, Y]$. Повнота простору лінійних операторів.	19	4	5			10
Тема 5. Принцип рівномірної обмеженості. Теорема Банаха-Штейнгауза. Застосування теореми Банаха-Штейнгауза.	13	2	5			6
Тема 6. Зворотний оператор. Критерій існування обмеженого зворотного оператора. Зворотність оператора, що близький до одиничного. Теорема Банаха про зворотний оператор. Принцип відкритості відображення. Замкнені оператори. Спектр і резольвента лінійного оператора.	17	6	5			6
<i>Колоквіум</i>	4	2				2
<i>Індивідуальне завдання</i>	2					2
Разом за розділом 2	55	14	15			26
Розділ 3. Лінійні обмежені функціонали						
Тема 7. Опуклі функціонали. Функціонал Мінковського. Теорема Хана-Банаха про продовження лінійного функціонала в дійсному лінійному просторі. Теорема Хана-Банаха в нормованому просторі. Відокремлюваність опуклих множин у нормованому просторі.	16	3	3			10
Тема 8. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів у $R^n, H, C[a, b], l_p$. Вкладення X в X^{**} . Спряжені оператори, слабка збіжність елементів.	15	5	2			8
<i>Контрольна робота</i>	4		2			2
Разом за розділом 3	35	8	7			20
Усього годин	120	32	32			56

4. Темы практичних занять

№	Назва розділу або теми	Кількість годин
1	Метричні простори. Принцип стислих відображень.	2
2	Компактні множини в метричних просторах.	2
3	Поповнення метричних просторів. Нормовані і банахові простори.	2
4	Гільбертові простори.	2

5	Ортонормовані системи. Ряди Фур'є, збіжність. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.	2
6	Лінійні оператори.	2
7	Обмежені оператори в гільбертових просторах. Норма лінійного оператора.	2
8	Простір лінійних обмежених операторів $[X, Y]$. Принцип рівномірної обмеженості.	2
9	Застосування теореми Банаха-Штейнгауза.	2
10	Зворотний оператор. Існування обмеженого зворотного оператора. Зворотність оператора, що близький до одиничного.	2
11	Замкнені оператори. Принцип відкритості відображення.	2
12	Спектр і резольвента лінійного оператора.	2
13	Опуклі функціонали. Функціонал Мінковського.	2
14	Теорема Хана-Банаха про продовження лінійного функціонала. Відокремлюваність опуклих множин у нормованому просторі.	2
15	Загальний вигляд функціоналів у R^n , H , $C[a, b]$, l_p . Спряжені оператори, слабка збіжність елементів.	2
16	<i>Контрольна робота</i>	2
	<i>Всього годин</i>	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Вивчення матеріалу лекцій, підготовка до практичних занять і контрольної роботи.	52
2	Підготовка до колоквиуму	2
3	Виконання індивідуального завдання	2
	Разом	56

6. Індивідуальне завдання

Студенту пропонується одне індивідуальне завдання за одною з наступних тем:

Компактні множини в метричних просторах.
 Теорема Вейерштрасса. Поповнення метричних просторів.
 Лема Рісса. Некомпактність кулі в банахових просторах.
 Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.
 Теорема Рісса-Фішера.
 Повнота простору лінійних операторів. Приклади.
 Застосування теореми Банаха-Штейнгауза.
 Замкнені оператори. Спектр і резольвента лінійного оператора.
 Теорема Банаха про зворотний оператор.
 Функціонал Мінковського.
 Спряжені оператори

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольна робота, індивідуальне завдання) методи.

8. Методи контролю

- перевірка виконання домашніх завдань, контрольної роботи та індивідуального завдання,
- проведення колоквиуму,
- проведення екзамену.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання							Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Колоквиум	Разом		
T1–T3	T4–T6	T7-T8						
10	10	10	10	10	10	60	40	100

T1, T2, T3, T4 – теми розділів.

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену), не передбачена програмою.

Критерії оцінювання

Поточний контроль: за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять бали нараховуються до 10 балів за кожний розділ.

По контрольній роботі бали нараховуються таким чином:

- максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний,
- у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів
- відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Шкала оцінювання: чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. С. Банах. Курс функціонального аналізу (лінійні операції).
2. Ю. М. Березанський, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. Функціональний аналіз: підручник. - Львів : Видавець І.Е. Чижиков, 2014. - 229 с.
3. Т.В. Боярищева, Т.В. Гудивок, О.О. Погоріляк. Функціональний аналіз. - Навчальний посібник для студентів спеціальностей "математика", "прикладна математика", "статистика". - Ужгород, 2013. - 125 с.
4. Городній М.Ф., Константинов О.Ю., Нестеренко О.Н., Чайковський А. В. Навчальні завдання до практичних занять з функціонального аналізу. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2006. – 103 с.
5. Константинов О.Ю., Кукуш О.Г., Мішура Ю.С., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Збірник задач з функціонального аналізу. Компактні оператори. Інтегральні рівняння. Узагальнені функції – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005. -126 с.
6. Константинов О.Ю., Мішура Ю.С., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Збірник задач з функціонального аналізу. Частина I. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2004.-123 с.