

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



08

2023 р.

Кафедра прикладної математики  
РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Чисельні методи лінійної алгебри**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань 11- математика та статистика

спеціальність 113– прикладна математика  
(шифр і назва)

освітня програма прикладна математика  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни за вибором  
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики  
“29”серпня 2023 року, протокол №8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

*Ігнатович Світлана Юрїївна*, доктор фізико-математичних наук, доцент, професор  
кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики  
Протокол від “28”серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної  
групи) Прикладна математика  
назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми

(керівник проектної групи) Прикладна математика



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

(підпис)(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики  
і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна  
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29”серпня2023 року, протокол №1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Чисельні методи лінійної алгебри**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки  
бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 – Прикладна математика

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам теоретичних знань та практичних навичок з наближеного розв'язання задач лінійної алгебри.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

1. Ознайомлення з методами розв'язання систем лінійних рівнянь.
2. Ознайомлення з методами пошуку власних значень і власних векторів матриць.
3. Ознайомлення зі способами оцінки коректності і ефективності методу.
4. Застосування мови Python для розв'язання практичних задач: розв'язання систем лінійних рівнянь і знаходження власних значень і власних векторів матриць.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

#### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни

За вибором	
Денна форма навчання	Заочна(дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семе	
4-й	
Ле	
32 год.	.
Практичні, семінарські заняття	
22 год.	.
Лабораторні	
Самостійна робота	
66 год.	.
в тому числі: індивідуальне завдання	

## 1.6. Заплановані результати навчання

### **Знати :**

1. Методи точного і наближеного розв'язання систем лінійних рівнянь і знаходження власних значень і власних векторів матриць.
2. Основи синтаксису і особливості мови Python, основи роботи з бібліотеками Numpy, Scipy.

### **Вміти:**

1. Застосувати чисельний метод для знаходження розв'язку заданої систем лінійних рівнянь і знаходження власних значень і власних векторів заданої матриці, довести збіжність, оцінити похибку, оцінити обчислювальну складність.
2. Написати програму мовою Python, яка реалізує запропонований алгоритм.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни.

### **Розділ 1.** Системи лінійних рівнянь

#### *Тема 1.* Прямі методи.

Метод Гауса і його модифікації (вибір головного елемента, метод прогонки для тридіагональних матриць). LU-розвинення. Обчислювальна складність методу Гауса. Знаходження оберненої матриці, рангу матриці, визначника.

#### *Тема 2.* Похибки, їх накопичення.

Точні і наближені значення. Формат запису чисел: цілі числа, числа з фіксованою та плаваючою комою. Стандарт IEEE-754. Поняття та властивості похибки. Нев'язка. Наближена оцінка похибки. Число обумовленості матриці.

#### *Тема 3.* Ітераційні методи.

Метод простої ітерації. Діагональне переважання, метод Якобі. Метод Зейделя. Швидкість збіжності методів. Порівняння ітераційних і прямих методів при розв'язанні прикладних задач. Випадок додатно визначених матриць і методи спуску.

#### *Тема 4.* Бібліотеки наукових обчислень NumPy і SciPy.

Масиви ndarray, їх створення, особливості і використання (застосування фільтрів, змінення форми, особливості копіювання, багатовимірні масиви, операції над масивами, використання масивів для візуалізації). Модуль Timeit, визначення часу виконання фрагментів програми.

### **Розділ 2.** Власні значення і власні вектори

#### *Тема 5.* Характеристичний поліном і локалізація спектра.

Метод Левер'є-Фаддєєва знаходження характеристичного полінома. Локалізація спектра матриці, круги Гершгоріна. Спектр деяких матриць спеціального вигляду. Канонічні форми матриць.

#### *Тема 6.* Методи розв'язання проблеми власних значень.

Степеневий метод знаходження максимального за моделям власного значення. Ортогоналізація Грама-Шмідта, QR-розвинення матриці, метод Хаусхолдера. QR-алгоритм розв'язання повної проблеми власних значень. Зведення матриці до форми Хессенберга методом Хаусхолдера.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7
<b>Розділ 1. Системи лінійних рівнянь</b>						

Тема 1. Прямі методи	16	4	4		8
Тема 2. Похибки, їх накопичення	16	4	2		10
Тема 3. Ітераційні методи	24	8	4		12
Тема 4. Бібліотеки наукових обчислень NumPy і SciPy	10	2	2		6
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>66</b>	<b>18</b>	<b>12</b>		<b>36</b>
<b>Розділ 2. Власні значення і власні вектори</b>					
Тема 5. Характеристичний поліном і локалізація спектра	16	4	2		10
Тема 6. Методи розв'язання проблеми власних значень	36	10	6		20
<i>Контрольна робота</i>	2		2		
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>54</b>	<b>14</b>	<b>10</b>		<b>30</b>
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>22</b>		<b>66</b>

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Матриці і вектори, операції з ними. Метод Гауса, розрахункові формули.	2
2	Метод Гауса з вибором головного елемента по рядку і по стовпцю. Знаходження оберненої матриці, рангу матриці, визначника.	2
3	Поняття та властивості похибки. Нев'язка. Наближена оцінка похибки. Точні і наближені значення. Формати запису чисел.	2
4	Метод Якобі і метод Зейделя розв'язання систем лінійних рівнянь.	2
5	Методи спуску.	2
6	Бібліотеки Python для наукових розрахунків. Оцінка часу виконання програм.	2
7	Спектр матриці. Слід матриці і метод Левер'є-Фаддєєва знаходження характеристичного полінома. Локалізація спектра, круги Гершгоріна.	2
8	Степеневий метод знаходження максимального за модулем власного значення і його застосування до задачі ранжування сторінок.	2
9	Ортогоналізація Грама-Шмідта, QR-розвинення матриці, метод Хаусхолдера.	2
10	QR-алгоритм розв'язання повної проблеми власних значень. Зведення матриці до форми Хессенберга методом Хаусхолдера.	2
11	<i>Контрольна робота</i>	2
<b>Разом</b>		<b>22</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашнього завдання: ознайомитися з необхідними засобами мови Python і написати програму, що реалізує різні операції з матрицями.	6
2	Виконання домашніх завдань з прямих методів розв'язання систем лінійних рівнянь: дописати і удосконалити програми з реалізації методів Гауса (без вибору і з вибором головного елемента), LU-розвинення, знаходження оберненої матриці і визначника, аналізу похибок.	8
3	Повторення необхідних для подальшого матеріалів з лінійної алгебри (матричні норми, окремі класи матриць і їх властивості).	4
4	Виконання домашнього завдання: ознайомитися з поняттям числа з рухомою комою і стандартом IEEE754, навчитися записувати числа у	4

	цьому форматі.	
5	Виконання домашніх завдань з ітераційних методів розв'язання систем лінійних рівнянь: дописати і удосконалити програми з реалізації методів простої ітерації, Зейделя, спуску, релаксації, аналізу швидкості збіжності і похибок.	8
6	Виконання домашніх завдань: ознайомитися з деякими можливостями бібліотек наукових обчислень NumPy і SciPy, у тому числі з типами даних і методами модулів, що призначені для розв'язання задач лінійної алгебри, написання демонстраційних програм і аналіз модельних прикладів.	8
7	Повторення необхідних для подальшого відомостей з лінійної алгебри (спектр, характеристичний і мінімальний поліном, власні та кореневі вектори, діагоналізованість, Жорданова форма).	4
8	Виконання домашніх завдань із властивостей спектру матриці і методів його локалізації: застосування методу Левер'є-Фаддєєва, побудова кругів Гершгоріна.	8
9	Виконання домашніх завдань зі знаходження власних значень і власних векторів матриць: дописати і удосконалити програми з реалізації деяких точних і ітераційних методів (QR-розвинення, метод Хаусхолдера. QRалгоритм розв'язання повної проблеми власних значень, зведення матриці до форми Хессенберга методом Хаусхолдера), аналізу швидкості збіжності і похибок, порівняння з розв'язанням вбудованими методами бібліотеки SciPy.	10
10	Підготовка до написання контрольної роботи, повторення теоретичного матеріалу, підготовка до екзамену.	6
	<b>Разом</b>	<b>66</b>

## 6. Індивідуальне завдання

*Не передбачене.*

## 7. Методи навчання

Методи навчання: частково-пошуковий, пояснювально-ілюстративний. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного написання комп'ютерних програм.

## 8. Методи контролю

1. Перевірка виконання домашніх завдань
2. Поточне опитування
3. Перевірка контрольної роботи
4. Перевірка екзаменаційної роботи

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота				Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Сума		
T1–T4	T5–T6				
25	25	10	60	40	100

T1 – T6 – теми розділів.

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену), не передбачена програмою.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

*Контрольна робота:* для даної матриці 4x4 (а) локалізувати спектр методом кругів Гершгоріна, (б) застосувати один із вивчених ітераційних методів знаходження спектру, виконати кілька кроків (вручну або з використанням комп'ютерної програми) і порівняти отримані результати. Максимальна оцінка за контрольну роботу – 10 балів. Пункт (а) оцінюється в 0-3 бали, пункт (б) оцінюється у 0-7 балів у залежності від повноти і правильності виконання.

*Екзамен.* Програма екзамену складається з двох частин: (А) письмова відповідь на теоретичне питання і письмове розв'язання задачі; (Б) створення програми на мові Python. Максимальна оцінка за екзамен – 40 балів. Частина (А): теоретичне питання – 0-15 балів, задача – 0-10 балів. Частина (Б): 0-15 балів. Для отримання екзаменаційної оцінки бали, отримані за виконання пунктів (А) і (Б), додаються.

### Шкала оцінювання: чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

### 10.Рекомендована література

#### Основна література

1. С. Шахно. Чисельні методи лінійної алгебри. Львів, 2006.
2. С. М. Шахно, А. Т. Дудикевич, С. М. Левицька. Практикум з чисельних методів. Львів, 2009.
3. І. А. Дичка, М. В. Онай, Р. А. Гадиняк. Чисельні методи. Розв'язання задач лінійної алгебри та нелінійних рівнянь: лабораторний практикум. Київ, 2018.

#### Допоміжна література

1. A. Greenbaum, T. Chartier. Numerical methods, 2012.
2. W. Ford, Numerical Linear Algebra with Applications, 2015.

### 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. SciPy Lecture Notes, 2017:<https://scipy-lectures.org/>
2. [www.python.org](http://www.python.org)
3. <http://www.pythontutor.com>