

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра Прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор
з науково-педагогічної роботи
Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальні рівняння

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань 11- математика та статистика

спеціальність 113 – прикладна математика, 111 – математика

(шифр і назва)

освітня програма Прикладна математика, Математика

(шифр і назва)

спеціалізація _____

(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова

(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“31” серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)

Фардигола Лариса Василівна, доктор фіз.-мат. наук, доцент, професор кафедри прикладної математики.

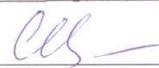
Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики

Протокол від “31” серпня 2020 року №12


Завідувач кафедри Прикладної математики


(підпис) Валерій КОРОБОВ
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої-професійної програми (керівником проектної групи) Прикладна математика
назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми
(керівник проектної групи) Прикладна математика

(підпис) Світлана ІГНАТОВИЧ
(прізвище та ініціали)

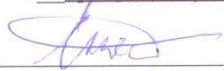
Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої-професійної програми (керівником проектної групи) Математика
назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми
(керівник проектної групи) Математика

(підпис) Ганна ВИШНЯКОВА
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “31” серпня 2020 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики


(підпис) Ольга АНОЩЕНКО
(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Диференціальні рівняння” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки

бакалавр
(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 – Прикладна математика, 111 – Математика

спеціалізації _____

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни:

Ознайомлення студентів із сучасною теорією звичайних диференціальних рівнянь.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

Навчити студентів теоретичним основам та практичним навичкам в галузі сучасної теорії звичайних диференціальних рівнянь.

1.3. Кількість кредитів: 8

1.4. Загальна кількість годин: 240

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-3-й	-й
Семестр	
4-5-й	-й
Лекції	
64 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
112 год.	год.
у тому числі індивідуальні завдання	
32 год.	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен знати:

- Теореми існування та єдиності розв'язків задачі Коші для лінійних та нелінійних рівнянь та систем.
- Теореми про загальні розв'язки для лінійних та нелінійних рівнянь та систем.
- Означення та способи обчислення функцій від матриці.
- Означення та застосування функцій Коші та Гріна.
- Теореми про загальні розв'язки лінійних та квазілінійних рівнянь з частинними похідними.
- Означення стійкості, асимптотичної стійкості та нестійкості за Ляпуновим.
- Функцію Ляпунова та прямий метод Ляпунова.
- Критерії стійкості, асимптотичної стійкості та нестійкості за Ляпуновим для систем зі сталими коефіцієнтами.
- Методи дослідження на стійкість та нестійкість за першим наближенням.
- Класифікацію особливих точок систем другого порядку.
- Основи теорії керування.

вміти:

- Розв'язувати рівняння з відокремлюваними змінними та рівняння, що зводяться до них.
- Розв'язувати рівняння в повних диференціалах та рівняння, що зводяться до них.
- Розв'язувати лінійні рівняння та системи зі сталими коефіцієнтами та задачі Коші і крайові задачі для них.
- Інтегрувати диференціальні рівняння за допомогою степеневих рядів.
- Розв'язувати лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними.
- Досліджувати на стійкість розв'язки диференціальних рівнянь та систем.
- Досліджувати лінійні керовані системи зі сталими коефіцієнтами.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Рівняння першого порядку

Тема 1. Основні поняття і означення теорії диференціальних рівнянь. Рівняння з відокремлюваними змінними. Еквівалентність рівняння з відокремлюваними змінними деякому функціональному рівнянню, властивості розв'язків цього функціонального рівняння. Симетрична форма запису рівняння 1-го порядку. Рівняння в повних диференціалах.

Тема 2. Диференціальні рівняння, що не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметру.

Розділ 2. Системи диференціальних рівнянь.

Тема 3. Системи диференціальних рівнянь. Зведення рівняння n-го порядку до системи того ж порядку. Лема Гронуолла-Беллмана.

Тема 4. Теореми про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для нелінійних рівнянь та систем. Теореми про залежність розв'язків задачі Коші від параметрів та початкових умов.

Тема 5. Продовжуваність та продовження розв'язків задачі Коші.

Розділ 3. Лінійні системи та рівняння

Тема 6. Лінійні системи. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійної системи. Комплексні розв'язки лінійних систем.

Тема 7. Визначник Вронського системи вектор-функцій. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи вектор-функцій, їх властивості. Теорема Ліувілля. Лінійно залежні та незалежні системи розв'язків лінійної системи. Фундаментальні матриці розв'язків та їх властивості.

Тема 8. Теореми про загальні розв'язки лінійних однорідної та неоднорідної систем. Методи Коші та Лагранжа пошуку частинних розв'язків неоднорідних лінійних систем.

Тема 9. Лінійні диференціальні рівняння, їх зведення до лінійних систем. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійних рівнянь.

Тема 10. Визначник Вронського системи функцій. Лінійно залежні та незалежні системи функцій та їх властивості. Теорема Ліувілля-Остроградського. Лінійно залежні та незалежні системи розв'язків лінійних однорідних рівнянь, фундаментальні системи розв'язків.

Тема 11. Теореми про загальні розв'язки лінійних однорідного та неоднорідного рівнянь. Методи Коші та Лагранжа пошуку частинних розв'язків лінійних неоднорідних рівнянь.

Тема 12. Лінійні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Теореми про комплексну та дійсну форми фундаментальної системи розв'язків для таких рівнянь.

Тема 13. Неоднорідні лінійні рівняння з квазіполіноміальною правою частиною. Теореми про частинні розв'язки таких систем.

Розділ 4. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами

Тема 14. Означення функції від матриці для функції, визначеної на спектрі цієї матриці. Інтерполяційні поліноми та їх властивості. Інтерполяційний поліном Лагранжа-Сильвестра, його властивості та обчислення. Властивості функцій від матриці.

Тема 15. Теорема про фундаментальність матричної експоненти. Теореми про загальний розв'язок та розв'язок задачі Коші для лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. Теорема Трохи. Теорема про вигляд фундаментальної матриці розв'язків лінійної системи зі сталими коефіцієнтами.

Тема 16. Подання функції від матриці матричним степеневим рядом.

Тема 17. Неоднорідні лінійні системи з квазіполіноміальною правою частиною. Теореми про частинні розв'язки таких систем.

Тема 18. Крайова задача та функція Гріна для лінійних рівнянь та систем.

Тема 19. Основи теорії керування.

Розділ 5. Інтегрування степеневими рядами

Тема 20. Степеневі ряди з матричними коефіцієнтами. Лінійні системи з аналітичними коефіцієнтами. Теорема про структуру фундаментальної матриці розв'язків такої системи.

Тема 21. Рівняння класу Фуксу, рівняння Бесселя.

Розділ 6. Нелінійні системи

Тема 22. Перші та загальні інтеграли нелінійних систем. Критерій того, що функція є першим (загальним) інтегралом нелінійної системи. Теорема про структуру загального інтеграла. Теореми про зв'язок загального інтеграла з розв'язком нелінійної системи та загальний розв'язок нелінійної системи. Симетрична форма запису нелінійної системи.

Тема 23. Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку. Системи характеристик. Теорема про зв'язок розв'язків квазілінійного та деякого лінійного рівнянь. Теореми про загальні розв'язки лінійного та квазілінійного рівнянь з частинними похідними першого порядку.

Тема 24. Задача Коші для квазілінійних рівнянь.

Розділ 7. Стійкість за Ляпуновим

Тема 25. Стійкість, асимптотична стійкість та нестійкість за Ляпуновим розв'язків систем диференціальних рівнянь. Функція Ляпунова. Теореми Ляпунова про стійкість, асимптотичну стійкість та нестійкість.

Тема 26. Стійкість лінійних систем. Критерії стійкості, асимптотичної стійкості та нестійкості за Ляпуновим для лінійних систем зі сталими коефіцієнтами.

Тема 27. Теореми про стійкість та нестійкість за першим наближенням.

Тема 28. Елементи теорії керування.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усь ого	у тому числі					Усь го	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1												
Тема 1	11	2	4			5						
Тема 2	27	2	4			5						
Індивідуальні завдання						16						
Разом за розділом 1	38	4	8			26						
Розділ 2												
Тема 3	2	2	0									
Тема 4	16	4	2			10						
Тема 5	2	2	0									
Разом за розділом 2	20	8	2			10						
Розділ 3												
Тема 6	13	2	1			10						
Тема 7	3	2	1									
Тема 8	4	2	2									
Тема 9	4	2	2									
Тема 10	4	2	2									
Тема 11	4	2	2									
Тема 12	4	2	2									
Контрольна робота	2		2									
Тема 13	14	2	2			10						
Разом за розділом 3	52	16	16			20						
Розділ 4												
Тема 14	4	2	2									
Тема 15	4	2	2									
Тема 16	6	2	4									
Тема 17	22	4	2									
Тема 18	16	2	4			10						
Тема 19	2	2										
Індивідуальні завдання						16						
Разом за розділом 4	54	14	14			26						
Розділ 5												
Тема 19	4	2	2									
Контрольна робота	2		2									
Тема 20	14	2	2			10						
Разом за розділом 5	20	4	6			10						
Розділ 6												
Тема 21	8	4	4									
Тема 22	8	4	4									
Тема 23	14	2	2			10						
Разом за розділом 6	30	10	10			10						
Розділ 7												
Тема 24	4	2	2									
Тема 25	4	2	2									
Тема 26	4	2	2									
Тема 27	14	2	2			10						
Разом за розділом 7	26	8	8			10						
Усього годин	240	64	64			112						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Рівняння з відокремлюваними змінними та рівняння, що зводяться до них.	6
2	Лінійні рівняння та рівняння Бернуллі.	2
3	Рівняння в повних диференціалах та рівняння, що зводяться до них.	4
4	Рівняння, нерозв'язні відносно похідної.	4
5	Рівняння, що допускають зниження порядку	4
6	Лінійна залежність та незалежність. Визначник Вронського.	4
7	Лінійні рівняння зі сталими коефіцієнтами.	6
8	Крайова задача та функція Гріна.	4
9	Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами.	6
10	Інтегрування за допомогою степеневих рядів.	6
11	Нелінійні рівняння.	4
12	Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними.	6
13	Стійкість за Ляпуновим.	6
14	Основи теорії керування	2
	Разом	64

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань з теми Симетрична форма запису рівняння 1-го порядку. Рівняння в повних диференціалах.	5
2	Виконання домашніх завдань з теми Диференціальні рівняння, що не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметру.	5
3	Виконання домашніх завдань з теми Теорема про залежність розв'язків задачі Коші від параметрів та початкових умов.	10
4	Виконання домашніх завдань з теми Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійних рівнянь.	10
5	Виконання домашніх завдань з теми Неоднорідні лінійні системи з квазіполіноміальною правою частиною. Теорема про частинні розв'язки таких систем.	10
6	Виконання домашніх завдань з теми Крайова задача та функція Гріна для лінійних рівнянь та систем.	10
7	Виконання домашніх завдань з теми Рівняння Бесселя	10
8	Виконання домашніх завдань з теми Задача Коші для нелінійних рівнянь.	10
9	Виконання домашніх завдань з теми Критерій керованості.	10
	Разом	80

6. Індивідуальні завдання

1. Комплексне індивідуальне завдання з розділу 1 (Диференціальні рівняння, що не розв'язані відносно похідної) і розділу 3 (Неоднорідні лінійні рівняння).
2. Комплексне індивідуальне завдання з розділу 4 (Лінійні системи) і розділу 7 (Стійкість за Ляпуновим.)

7. Методи навчання

Лекційні та практичні заняття проводяться аудиторно. А у разі оголошення карантину заняття проводяться відповідно до Наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (аудиторно або дистанційно за допомогою платформ Google Meet або Zoom).

8. Методи контролю

- Перевірка виконання домашніх, контрольних робіт.
- Проведення заліку та іспиту.

9. Схема нарахування балів

4 семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
T1,T2	T3-T5	T6-T13	20	20	60	40	100
5	5	10					

5 семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання							Екзамен	Сума
Розділ 4	Розділ 5	Розділ 6	Розділ 7	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
T14 - T19	T20, T21	T22 - T24	T25 - T28	10	20	60	40	100
10	5	5	10					

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

10. Рекомендована література Основна література

1. И.И. Антыпко, А.А.Макаров. Методические указания к изучению темы «Методы интегрирования и понижения порядка дифференциальных уравнений». – Х: ХГУ, 1987. – 34 с.
2. И.И. Антыпко, А.А.Макаров. Методические указания к изучению темы «Линейные дифференциальные уравнения и системы» по программе курса «Дифференциальные уравнения». – Х: ХГУ, 1989. – 45 с.
3. И.И. Антыпко, А.А.Макаров. Методические указания к изучению темы «Некоторые вопросы курса «Дифференциальные уравнения»». – Х: ХГУ, 1989. – 40 с.
4. Ю.Н. Бибилов. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высш. шк., 1991. – 303 с.
5. І.І. Ляшко, О.К.Боярчук, Я.Г. Гай, О.Ф. Калайда. Диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1987. – 344 с.
6. И.Г. Петровский. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 295 с.
7. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1965. – 331 с.
8. Г.М. Складар, Л.В.Фардигола. Элементы теории керования систем. – Х.: ХДУ, 1998. – 53 с.
9. В.В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959. – 467 с.
10. А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1985. – 128 с.

Допоміжна література

1. Ф. Хартман. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970. – 720 с.
2. Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.