

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Окремі розділи алгебри та аналізу**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти другий (магістерський)

галузь знань 01 Освіта/Педагогіка  
(шифр і назва)

спеціальність 014.04 – Середня освіта (Математика)  
(шифр і назва)

освітня програма Математика та інформатика  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова  
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики


2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики  
“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: *Макаров Олександр Анатолійович*, кандидат фіз.-мат. наук,  
доцент, доцент кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики  
Протокол від “28” серпня 2023 року № 10


Завідувач кафедри Прикладної математики

  
\_\_\_\_\_  
(підпис)

Валерій КОРОБОВ  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої освітньої-професійної програми (керівником  
проектної групи) 014.04 Математика та інформатика  
назва освітньої програми

Гарант освітньої-професійної програми  
(керівник проектної групи) Прикладна математика

  
\_\_\_\_\_  
(підпис)

Ірина ЖОВТОНІЖКО  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики  
і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна  
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

  
\_\_\_\_\_  
(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Окремі розділи алгебри та аналізу**” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

магістр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 014.04 Математика та інформатика

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. *Метою викладання* навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам лінійної алгебри та математичного аналізу.

1.2. *Основними завданнями* вивчення дисципліни є: навчання студентів використовувати сучасний математичний апарат неперервного аналізу теоретичним основам і методам лінійної алгебри, математичного аналізу, комплексного аналізу, та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру в професійній діяльності для розв’язання задач різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.3. Кількість кредитів: 4

1.4. Загальна кількість годин: 120

| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни |                                     |
|---|-------------------------------------|
| Нормативна                                |                                     |
| Денна форма навчання                      | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки                            |                                     |
| 1-й                                       | 1-й                                 |
| Семестр                                   |                                     |
| 1-й                                       | 1-й                                 |
| Лекції                                    |                                     |
| 32 год.                                   | 10 год.                             |
| Практичні, семінарські заняття            |                                     |
| 32 год.                                   | 8 год.                              |
| Лабораторні заняття                       |                                     |
| год.                                      | год.                                |
| Самостійна робота                         |                                     |
| 56 год.                                   | 102 год.                            |
| у тому числі індивідуальні завдання       |                                     |
| год.                                      |                                     |

1.6. Заплановані результати навчання

#### **ОПП**

**ІК 01.** Здатність розв’язувати складні комплексні задачі та практичні проблеми в галузі освіти та інноваційної діяльності, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та професійної практики.

**ЗК 01.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**ФК 03.** Наявність системи наукових знань із дисциплін фундаментальної та професійної підготовки, здатність до її застосування на практиці.

**ФК 04.** Здатність демонструвати глибокі знання з математики та інформатики.

**ФК 05.** Володіти основними поняттями математики та інформатики, а також вміти застосовувати їх під час практичної роботи в школі.

**ФК 15.** Здатність розуміти міркування та виокремлювати ланцюги міркувань у доведеннях, а також розташовувати їх у логічній послідовності.

*У результаті вивчення даного курсу студент повинен:*

### **ЗНАТИ**

*У результаті вивчення даного курсу студент повинен знати теоретичні і прикладні положення неперервного аналізу, інтегральне числення, лінійну алгебру:*

- дії над матрицями та обернена матриця;
- правила розкриття визначника другого та третього порядків;
- методи Крамера та Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- аксіоматичну теорію дійсних чисел;
- властивості границь числових послідовностей та числових функцій;
- властивості неперервних функцій ;
- диференціальне числення функцій однієї змінної;
- теорію інтеграла Рімана на відрізьку;
- теорію збіжності невластних інтегралів Рімана;
- комплексні числа та дії над ними.

### **ВМІТИ**

*ефективно використовувати сучасний математичний апарат в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та практичного характеру:*

- застосовувати лінійні операції над векторами, знаходити скалярні, векторні та змішані добутки векторів;
- застосовувати лінійні операції над матрицями, знаходити обернені матриці, ранг та визначник матриці;
- розв'язувати системи лінійних рівнянь методами Крамера, Гауса;
- знаходити границі послідовностей і функцій;
- досліджувати функції на неперервність і рівномірну неперервність;
- диференціювати складні та обернені функції;
- користуватися розвиненням функції за формулою Тейлора;
- застосовувати формулу Лейбниці;
- досліджувати функції на монотонність та опуклість;
- досліджувати функції на екстремум;
- користуватися правилом Лопітала;
- будувати графік функції або кривої, що задана параметрично, з використанням диференціального числення;
- застосовувати таблицю первісних основних елементарних функцій і методи інтегрування для знаходження первісних більш складних функцій;
- досліджувати функцію на інтегрованість за Ріманом;
- застосовувати формулу Ньютона-Лейбниці, метод інтегрування частинами та заміну змінних для обчислення інтегралів Рімана;
- застосовувати інтеграл Рімана в геометрії, механіці, фізиці;
- досліджувати на абсолютну та умовну збіжності невластні інтеграли Рімана.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1 *Елементи математичного аналізу.*

1. Логічна символіка, пряма та обернена теореми. Множини. Операції над множинами та їх властивості.
2. Дійсні числа. Аксиоматика дійсних чисел. Підмножини дійсних чисел, їх порівняння.
3. Функції та відображення, обернені функції, обернені тригонометричні функції.
4. Послідовності, способи їх завдання. Границі послідовності, число  $e$ .
5. Границі функцій, їх властивості. Перша та друга чудові границі.
6. Неперервність функцій, неперервність елементарних функцій. Властивості неперервних функцій.
7. Похідна, її властивості, таблиця похідних. Геометричний зміст похідної. Диференціал, його застосування в наближених обчисленнях.
8. Похідні вищих порядків і формула Тейлора.
9. Дослідження функцій на екстремум та монотонність. Побудова графіків функцій.
10. Невласні інтеграли, таблиця інтегралів та методи інтегрування. Класи інтегрованих функцій.
11. Визначені інтеграли та їх застосування у геометрії і фізики.
12. Невласні інтеграли, інтеграли Ейлера.

### Розділ 2 *Окремі розділи алгебри.*

13. Комплексні числа та основна теорема алгебри.
14. Матриці та їх визначники.
15. Розв'язання лінійних систем рівнянь.
16. Поняття про лінійні та нормовані простори.

## 3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів і тем  | Кількість годин |              |     |     |    |   |              |              |     |     |    |    |
|---|-----------------|--------------|-----|-----|----|---|--------------|--------------|-----|-----|----|----|
|   | Денна форма     |              |     |     |    |   | Заочна форма |              |     |     |    |    |
|   | Усь<br>ого      | у тому числі |     |     |    |   | Усь<br>ого   | у тому числі |     |     |    |    |
| л   |                 | п            | лаб | інд | ср | л |              | п            | лаб | інд | ср |    |
| 1   | 2               | 3            | 4   | 5   | 6  | 7 | 8            | 9            | 10  | 11  | 12 | 13 |
| <b>Розділ 1. Елементи математичного аналізу.</b>  |                 |              |     |     |    |   |              |              |     |     |    |    |
| <b>Тема 1.</b> Логічна символіка, пряма та обернена теореми. Множини. Операції над множинами та їх властивості. | 6               | 2            |     |     |    | 4 | 8            |              |     |     |    | 8  |
| <b>Тема 2.</b> Дійсні числа. Аксиоматика дійсних чисел. Підмножини дійсних чисел, їх порівняння.                | 8               | 2            | 2   |     |    | 4 | 8            |              |     |     |    | 8  |
| <b>Тема 3.</b> Функції та відображення, обернені функції, обернені тригонометричні функції.                     | 8               | 2            | 2   |     |    | 4 | 8            |              |     |     |    | 8  |
| <b>Тема 4.</b> Послідовності, способи їх завдання. Границі послідовності, число $e$ .                           | 10              | 2            | 4   |     |    | 4 | 10           | 2            |     |     |    | 8  |

|   |            |           |           |  |  |           |            |           |          |  |  |            |
|---|------------|-----------|-----------|--|--|-----------|------------|-----------|----------|--|--|------------|
| <b>Тема 5.</b> Границі функцій, їх властивості. Перша та друга чудові границі.  | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 10         |           | 2        |  |  | 8          |
| <b>Тема 6.</b> Неперервність функцій, неперервність елементарних функцій. Властивості неперервних функцій.                                      | 4          | 2         | 2         |  |  |           |            |           |          |  |  |            |
| <b>Тема 7.</b> Похідна, її властивості, таблиця похідних. Геометричний зміст похідної. Диференціал, його застосування в наближених обчисленнях. | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 12         | 2         | 2        |  |  | 8          |
| <b>Тема 8.</b> Похідні вищих порядків і формула Тейлора.  | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 6          |           |          |  |  | 6          |
| <b>Тема 9.</b> Дослідження функцій на екстремум та монотонність. Побудова графіків функцій.   | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 6          |           |          |  |  | 6          |
| <i>Контрольна робота</i>  | 2          |           | 2         |  |  |           | 4          |           |          |  |  | 4          |
| <b>Тема 10.</b> Невизначені інтеграли, таблиця інтегралів та методи інтегрування. Класи інтегрованих функцій.                                   | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 8          |           | 2        |  |  | 6          |
| <b>Тема 11.</b> Визначені інтеграли та їх застосування у геометрії і фізики.  | 10         | 2         | 2         |  |  | 6         | 10         | 2         |          |  |  | 8          |
| <b>Тема 12.</b> Невласні інтеграли, інтеграли Ейлера.   | 2          | 2         |           |  |  |           |            |           |          |  |  |            |
| <b>Разом за розділом 1</b>  | <b>90</b>  | <b>24</b> | <b>24</b> |  |  | <b>42</b> | <b>90</b>  | <b>6</b>  | <b>6</b> |  |  | <b>78</b>  |
| <i>Розділ 2. Окремі розділи алгебри.</i>  |            |           |           |  |  |           |            |           |          |  |  |            |
| <b>Тема 13.</b> Комплексні числа та основна теорема алгебри.  | 10         | 2         | 2         |  |  | 6         | 8          |           |          |  |  | 8          |
| <b>Тема 14.</b> Матриці та їх визначники.   | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 8          | 2         |          |  |  | 6          |
| <b>Тема 15.</b> Розв'язання лінійних систем рівнянь.  | 8          | 2         | 2         |  |  | 4         | 10         | 2         | 2        |  |  | 6          |
| <b>Тема 16.</b> Поняття про лінійні та нормовані простори.  | 2          | 2         |           |  |  |           |            |           |          |  |  |            |
| <i>Контрольна робота</i>  | 2          |           | 2         |  |  |           | 4          |           |          |  |  | 4          |
| <b>Разом за розділом 2</b>  | <b>30</b>  | <b>8</b>  | <b>8</b>  |  |  | <b>14</b> | <b>30</b>  | <b>4</b>  | <b>2</b> |  |  | <b>24</b>  |
| <b>Разом за семестр</b>   | <b>120</b> | <b>32</b> | <b>32</b> |  |  | <b>56</b> | <b>120</b> | <b>10</b> | <b>8</b> |  |  | <b>102</b> |

## 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

| № з/п | Назва теми  | Кількість годин |        |
|-------|---|-----------------|--------|
|       |   | денна           | заочна |
| 1     | Модуль, його властивості та геометричний зміст. Розв'язання рівнянь та нерівностей з модулем. | 2               |        |
| 2     | Розв'язання алгебраїчних рівнянь та нерівностей.  | 2               |        |
| 3     | Тригонометричні рівняння та системи.  | 2               |        |
| 4     | Границі послідовностей.   | 2               |        |
| 5     | Границі функцій.  | 2               |        |
| 6     | Дослідження функцій на неперервність.   | 2               |        |
| 7     | Диференціювання функцій, застосування похідної.   | 2               |        |
| 8     | Наближенні обчислення. Похідні вищих порядків.  | 2               |        |
| 9     | Дослідження функцій і побудова графіків.  | 2               |        |
| 10    | <i>Контрольна робота</i> на тему «Диференціальне числення»                                    | 2               |        |
| 11    | Знаходження невизначених інтегралів.  | 2               |        |
| 12    | Визначені інтеграли та їх застосування.   | 2               |        |
| 13    | Комплексні числа.   | 2               |        |
| 14    | Матриці та їх визначники.   | 2               |        |
| 15    | Розв'язання лінійних систем рівнянь.  | 2               |        |
| 16    | <i>Контрольна робота</i> на тему «Лінійна алгебра»  | 2               |        |
|       | <b>Разом</b>  | <b>32</b>       |        |

## 5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Назва теми  | Кількість годин |            |
|-------|---|-----------------|------------|
|       |   | денна           | заочна     |
| 1     | Вивчити матеріали лекцій №1, №2 та виконати домашнє завдання з практичних занять №1, №2 | 8               | 16         |
| 2     | Вивчити матеріали лекції №3 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №3.      | 4               | 8          |
| 3     | Вивчити матеріали лекцій №4, №5 та виконати домашнє завдання з практичних занять №4, №5 | 8               | 16         |
| 4     | Вивчити матеріали лекцій №7, №8 та виконати домашнє завдання з практичних занять №7, №8 | 8               | 14         |
| 5     | Вивчити матеріали лекції №9 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №9       | 4               | 6          |
| 6     | Виконати <i>Контрольну роботу</i> на тему «Диференціальне числення»                     |                 | 4          |
| 7     | Вивчити матеріали лекції №10 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №11     | 4               | 6          |
| 8     | Вивчити матеріали лекції №11 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №12     | 6               | 8          |
| 9     | Вивчити матеріали лекції №13 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №13     | 6               | 8          |
| 10    | Вивчити матеріали лекції №14 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №14     | 4               | 6          |
| 11    | Вивчити матеріали лекції №15 та виконати домашнє завдання з практичного заняття №15     | 4               | 6          |
| 12    | Виконати <i>Контрольну роботу</i> на тему «Лінійна алгебра»                             |                 | 4          |
|       | <b>Разом</b>  | <b>56</b>       | <b>102</b> |

## 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені робочим планом

## 7. Методи навчання

- лекції
- практичні заняття
- контрольні роботи

Лекційні та практичні заняття проводяться аудиторно. А у разі оголошення воєнного стану заняття проводяться відповідно до Наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (дистанційно за допомогою платформи Zoom).

## 8. Методи контролю

- Опитування студентів на практичних заняттях, перевірка виконання домашніх завдань.
- Проведення і перевірка контрольних робіт.
- Підсумковий контроль у формі письмового іспиту та співбесіди.

## 9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання |          |  |  |           | Іспит | Сума |
|--|----------|--|--|-----------|-------|------|
| Розділ 1   | Розділ 2 | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Разом     |       |      |
| T1–T2  | T13–T16  |  |  |           |       |      |
| 10   | 10       | 20   | 20   | <b>60</b> | 40    | 100  |

T1 – T16 – теми розділів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи.

### Шкала оцінювання: чотирирівнева

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка       |
|--|--------------|
| 90 – 100   | відмінно     |
| 70-89  | добре        |
| 50-69  | задовільно   |
| 1-49   | незадовільно |

### Критерії оцінювання

**Поточний контроль:** бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

**Контрольні роботи** оцінюються по 20 балів кожна.



**Екзаменаційна робота** складається з чотирьох завдань і передбачає письмову відповідь на два питання зі списку, який надається студентам заздалегідь, а також розв'язання двох задач.

Кожне теоретичне завдання оцінюється максимально 12 балами, кожна задача – по 8 балів.

По кожному завданню нараховується:

- максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;
- за незначні та за арифметичні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний,
- у разі частково вірних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів
- розв'язання не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище – виставляється 0 балів.

### Приклади оцінювання контрольних робіт

1) **Контрольна робота №1 «Похідні» 20 балів** по 4 балі за кожний приклад

(один з варіантів):

1. Знайти  $f^{(n)}(x)$  для функції  $f(x) = x^2 \cos 2x$ .
2. Знайти  $y'(x)$ ,  $y''(x)$  для функції  $y = y(x)$ , що задана параметричними рівняннями:  
 $x = \arccos t$ ,  $y = \ln(1-t^2)$ .
3. Записати рівняння дотичної до графіку функції  $f(x) = \cos^2 x$  в точці  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .
4. Обчислити наближено  $\sqrt[4]{80}$  та оцінити похибку.
5. Знайти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^2 \arcsin x}$ .

2) **Контрольна робота №2 «Лінійна алгебра» 20 балів** по 5 балів за кожний приклад

(один з варіантів):

1. Знайти  $z^3$  та  $z$ , якщо  $z = 1 - \sqrt{3}i$  (5 балів);
2. Знайти обернену матрицю  $A^{-1}$ , якщо  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  (5 балів);
3. Розв'язати систему  $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - 2y + 3z = 2 \\ 3x + 2z = 5 \end{cases}$  методом Крамера та методом Гаусса (5 балів);
4. Знайти власні значення і власні вектори матриці  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  (5 балів);

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Навчальний посібник.– Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с.
2. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с.
3. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. К. – 1984.
4. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. – 270 с.
5. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина I (Вступ в аналіз. Диференціальне числення функції однієї змінної), Київ, 1993.
6. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 256 с.
7. Тріщ Б.М. Вища математика. Збірник індивідуальних завдань. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2020. 149 с.

### Методичне забезпечення

1. Ніколенко І.Г. Деякі вступні поняття математичної логіки та теорії множин.- Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2008, 40 с.
2. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики “Диференціальне числення функції однієї змінної” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 62 с.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Макаров О.А., Ніколенко І.Г. Конспект лекцій з вищої математики (1 курс, 1 семестр),  
<http://www-csd.univer.kharkov.ua/about-us/sub-faculty/kafedra-shtuchnogo-intelektu-ta-progra/navchalna-robota/>