

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики _____

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ _____

“ 29 ” 08 2023 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Керованість робастних систем

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) _____

галузь знань _____ 11 -- Математика та статистика _____
(шифр і назва)

спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____
(шифр і назва)

освітня програма _____ Прикладна математика _____
(шифр і назва)

спеціалізація _____ _____
(шифр і назва)

вид дисципліни _____ за вибором _____
(обов'язкова / за вибором)

факультет _____ математики і інформатики _____

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
“29” серпня 2023 року, протокол №8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: *Ревіна Тетяна Володимирівна*, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики
Протокол від “28” серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



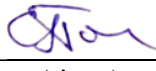
(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи) Прикладна математика
назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми
(керівник проектної групи) Прикладна математика



(підпис)

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол №1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Керованість робастних систем**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

бакалавр _____

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрямку) 113 Прикладна математика _____

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім фахівцям знань в галузі сучасної теорії керованості робастних систем та використання її методів при дослідженнях прикладних задач.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

оволодіння майбутніми спеціалістами основними методами розв'язку задач з теорії керованості робастних систем та здатність застосовувати методи цієї теорії до розв'язку прикладних задач.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік	
4-й	
Семестр	
8-й	
Лек	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
22 год.	
Лабораторні	
Самостійна	
66 год.	
Індивідуальні	
г	

1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

знати :

- основні поняття та методи теорії функції керованості В. І. Коробова,
- основні поняття та методи теорії розв'язку задачі керованості за скінчений час (finite-time control, finite-time stability),
- теорію та методологію інтервальної арифметики Каухера,
- основи теорії стійкості інтервальних многочленів і інтервальних матриць,
- основні ідеї дослідження задач теорії керованості робастних систем;

вміти :

- розв'язувати задачі синтезу за допомогою методу функції керованості В. І. Коробова,
- розв'язувати задачі синтезу за скінчений час (finite-time control, finite-time stability),
- розв'язувати різні типи задач інтервальної арифметики,
- досліджувати інтервальні многочлени і інтервальні матриці на стійкість,
- розв'язувати задачі синтезу для робастних систем.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Розділ 1. Основні поняття методу функції керованості В. І. Коробова.

Тема 1. Методи розв'язку задачі синтезу.

Формулювання задачі синтезу, приклади, методи розв'язку. Теорема Коробова про розв'язок задачі синтезу для довільної нелінійної керованої системи з обмеженим керуванням. Зв'язок функції керованості Коробова, функції Ляпунова та методу динамічного програмування Белмана.

Тема 2. Розв'язок задачі синтезу для канонічної системи.

Поняття канонічної системи (chain of integrator system), розв'язок задачі синтезу. Теорема Коробова, Скляра про розв'язок задачі синтезу для канонічної системи. Знаходження повної похідної від функції керованості. Приклади: дво- і трьох-вимірні канонічні системи та розв'язок задачі синтезу для них. Розв'язок задачі синтезу для лінійної керованої системи з одновимірним та багатовимірним керуванням.

Тема 3. Функція керованості як час руху у випадку матриці інтегрального вигляду.

Функція керованості як час руху у випадку матриці інтегрального вигляду для канонічної системи та для довільної лінійної керованої системи зі сталими матрицями. Теорема Коробова, Скляра. Доведення обмеженості керування. Приклади: дво- і трьох-вимірні канонічні системи та розв'язок задачі синтезу для них у випадку, коли функція керованості є часом руху. Розв'язок задачі синтезу для двовимірної коливальної системи. Розширення теорії випадку коли функція керованості є часом руху, на ганкелеві матриці (теорема Коробова, Чоке та Скорика)

Тема 4. Допустимий принцип максимуму.

Допустимий принцип максимуму для лінійної керованої системи зі сталими матрицями. Теорема Коробова. Зв'язок з принципом максимуму Понтрягіна. Порівняння фазових портретів та часу руху з конкретної початкової точки для двовимірної канонічної системи, знайдених двома методами.

Розділ 2. Інтервальний аналіз.

Тема 5. Інтервальна арифметика Каухера.

Арифметичні дії з інтервальними числами. Таблиця Келі для операції інтервального множення. Комутативність напівгрупи інтервальної арифметики відносно операцій складання та множення. Вклад Каухера у розвиток інтервальної арифметики. Застосування методів інтервальної арифметики до розв'язку прикладних математичних, фізичних та економічних задач.

Тема 6. Стійкість полінома та матриці.

Стійкість полінома. Характеристичний поліном матриці. Стійкість матриці. Необхідна умова стійкості полінома (теорема Стодоли); критерій стійкості полінома третьої степені (теорема Вишнеградського). Критерії стійкості довільного полінома. Теореми Гурвіца, Л'енара-Шипара, Рауса. Достатня умова Вишнякової.

Тема 7. Стійкість інтервальних поліномів та матриць.

Означення інтервального полінома. Стійкість інтервальних поліномів. Теореми Харітонова, Soh. Означення інтервальної матриці. Розв'язок лінійного інтервального матричного рівняння. Інтервальний алгоритм Гаусса. Теореми про границі спектру інтервальних матриць (Теореми Гантмахера, Horn, Hollot and Bartlett, Mori and Kokame, Hertz, Rohn, Franze). Теореми про стійкість інтервальних матриць (Теореми Rohn, Fu, Barmish, Wang, Soh). Випадок, коли інтервальна матриця є симетричною (Теореми Hertz, Soh). Знаходження спільної квадратичної функції Ляпунова для інтервальної матриці (теорема Barmish and Demarco). Дослідження на стійкість інтервальної матриці є NP складною задачею.

Розділ 3. Методи розв'язку задачі синтезу для робастних систем.

Тема 8. Застосування методів інтервального аналізу для розв'язку задачі позиційного синтезу для робастних систем.

Методи розв'язку локального і глобального синтезу для робастних систем за допомогою методу функції керованості Коробова. Розв'язок задачі синтезу для збуреної канонічної системи, лінійної керованої системи з одновимірним та багатовимірним керуванням. Теореми Коробова і Ревіної. Приклади – задача про зупинку візка на рейках з невідомим тертям; гасіння коливань матеріальної точки на пружині, при жорсткості пружини, заданої неточно, зупинка коливань контрольованого еліптичного маятника; розв'язок задачі синтезу для системи двох пов'язаних пружиною маятників.

Тема 9. Методи розв'язку задачі синтезу за скінченний час (finite-time stability of control)

Поняття розв'язку задачі синтезу за скінченний час. Роботи Bhat and Bernstein. Теореми відносно часу руху (settling time function). Застосування методів лінійних матричних нерівностей до розв'язку задачі керованості систем. Теореми Мазко, Boyd, Lin, Zimenko. Приклад – керування зворотним зв'язком для лінійного ланцюга осциляторів.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	сп
1	2	3	4	5	6	7
<i>Розділ 1. Основні поняття методу функції керованості В. І. Коробова.</i>						
Тема 1. Методи розв'язку задачі синтезу.	3	3				
Тема 2. Розв'язок задачі синтезу для канонічної системи.	14	4	4			6
Тема 3. Функція керованості як час руху у випадку матриці інтегрального вигляду.	13	5	2			6
Тема 4. Допустимий принцип максимуму.	8		2			6
Разом за розділом 1	38	12	8			18
<i>Розділ 2. Інтервальний аналіз.</i>						
Тема 5. Інтервальна арифметика Каухера.	16					16
Тема 6. Стійкість полінома та матриці.	12	6	2			4
Тема 7. Стійкість інтервальних поліномів та матриць.	17	6	3			8
Разом за розділом 2	45	12	5			28
<i>Розділ 3. Методи розв'язку задачі синтезу для робастних систем.</i>						
Тема 8. Застосування методів інтервального аналізу для розв'язку задачі позиційного синтезу для робастних систем.	15	8	5			2
Тема 9. Методи розв'язку задачі синтезу за скінченний час (finite-time stability of control)	16					16
Разом за розділом 3	31	8	5			18
<i>Підготовка до контрольної роботи</i>	2					2
<i>Контрольна робота</i>	4		4			
Разом за семестр	120	32	22			66

Усього годин	120	32	22			66
---------------------	------------	-----------	-----------	--	--	-----------

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Приклади: дво- і трьох-вимірні канонічні системи та розв'язок задачі синтезу для них.	2
2	Розв'язок задачі синтезу для лінійної керованої системи з одновимірним керуванням	2
3	Приклади: дво- і трьох-вимірні канонічні системи та розв'язок задачі синтезу для них у випадку, коли функція керованості є часом руху.	2
4	Порівняння фазових портретів та часу руху з конкретної початкової точки для двовимірної канонічної системи, знайдених за допомогою принципу максимуму Понтрягіна і допустимого принципу максимуму Коробова.	2
5	Дослідження поліномів і матриць на стійкість.	2
6	Дослідження інтервальних поліномів і матриць на стійкість	3
7	Приклади – задача про зупинку візка на рейках з невідомим тертям; гасіння коливань матеріальної точки на пружині, при жорсткості пружини, заданої неточно	2
8	Приклади – зупинка коливань контрольованого еліптичного маятника; розв'язок задачі синтезу для системи двох пов'язаних пружиною маятників.	3
9	<i>Написання та захист контрольної роботи</i>	4
	Разом	22

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Ознайомлення з літературою щодо розв'язку задачі синтезу для лінійної керованої системи з багатовимірним керуванням	4
2	Розв'язок задачі синтезу для двовимірної коливальної системи.	2
3	Ознайомлення з літературою щодо розширення теорії випадку коли функція керованості є часом руху, на ганкелеві матриці (теорема Коробова, Чоке та Скорика)	6
4	Ознайомлення з літературою і виконання домашніх завдань на тему «допустимий принцип максимуму для лінійної керованої системи зі сталими матрицями: теорема Коробова, зв'язок з принципом максимуму Понтрягіна».	6
5	Ознайомлення з літературою і виконання домашніх завдань на тему «Арифметичні дії з інтервальними числами. Таблиця Келі для операції інтервального множення. Комутативність напівгрупи інтервальної арифметики відносно операцій складання та	8

	множення. Вклад Каухера у розвиток інтервальної арифметики».	
6	Ознайомлення з літературою і виконання домашніх завдань на тему «застосування методів інтервальної арифметики до розв'язку прикладних математичних, фізичних та економічних задач».	8
7	Виконання домашніх завдань на тему «дослідження поліномів і матриць на стійкість»	4
8	Виконання домашніх завдань на тему «дослідження інтервальних поліномів і матриць на стійкість»	8
9	Приклад – керування зворотним зв'язком для лінійного ланцюга осциляторів.	2
10	Ознайомлення з літературою і виконання домашніх завдань на тему «поняття розв'язку задачі синтезу за скінченний час. Роботи Bhat and Bernstein, теореми відносно часу руху (settling time function)».	8
11	Ознайомлення з літературою щодо застосування методів лінійних матричних нерівностей до розв'язку задачі керованості систем; теореми Мазко, Boyd, Lin, Zimenko.	8
12	<i>Підготовка до контрольної роботи</i>	2
	Разом	66

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені робочим планом

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративний (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань), дослідницький (самостійна робота) і частково-пошуковий (контрольна робота) методи.

8. Методи контролю

- Перевірка домашніх робіт
- Перевірка контрольної роботи
- Контроль на практичних заняттях
- Контроль на лекціях
- Проведення заліку

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Залікова робота	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
7	7	6	40	60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи.

Критерії оцінювання

Контрольна робота оцінюється у 40 балів. Робота складається з 3 практичних задач. У разі правильно обґрунтованої відповіді студент отримує за завдання бали; якщо у відповіді є помилки, бал не зараховується.

Зміст контрольної роботи:

1. Звести задану лінійну систему до канонічного виду. Знайти заміну змінних та керування. Виписати обмеження на a_0 . Для канонічної системи за допомогою заданого характеристичного поліному матриці A_1 та заданої матриці W побудувати розв'язок задачі синтезу. Знайти матрицю F – розв'язок рівняння Ляпунова. Виписати рівняння на функцію керованості та керування. Знайти обмеження на a_0 для канонічної системи та загальні для двох задач. Знайти похідну від функції керованості
2. Знайти розв'язок задачі синтезу для двовимірної канонічної системи у випадку, коли функція керованості є часом руху. Знайти рівняння на функцію керованості, керування, побудувати траєкторію.
3. Перевірити, чи є заданий інтервальний поліном стійким. Побудувати 4 полінома Харітонова і 2 полінома Соха і для них перевірити стійкість за допомогою критерія Гурвіця. Перевірити, чи є задана інтервальна матриця стійкою за допомогою теорем Wang, Rohn, Fu. За допомогою теореми Rohn знайти границі спектру інтервальної матриці.

Критерії оцінки по першому завданню.

12-15 – задача розв'язана до кінця, можливі невеликі помилки

6-11 – задача розв'язана наполовину, тобто система зведена до канонічної, але є помилки у розв'язку рівняння Ляпунова або у знаходженні a_0 для канонічної системи

0-5 – система невірно зведена до канонічної, подальший хід міркувань не є вірним

Критерії оцінки по другому завданню.

8-10 – задача розв'язана до кінця, можливі невеликі помилки

4-7 – зроблено помилки у обчисленні матриці для рівняння на функцію керованості або у керуванні, траєкторія не побудована

0-3 – знайдено неповністю тільки матрицю для рівняння на функцію керованості

Критерії оцінки по третьому завданню.

12-15 – перевірено на стійкість і інтервальний поліном і інтервальну матрицю, можливі невеликі помилки

6-11 – задача розв'язана наполовину, тобто перевірено на стійкість або інтервальний поліном, або інтервальну матрицю

0-5 – розв'язано менше половини, тобто не доведено до кінця дослідження однієї з 2 задач, а 2 зовсім немає

Залікова робота складається з трьох завдань і передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання зі списку, який надається студентам заздалегідь, а також розв'язання практичної задачі.

Кожне теоретичне завдання оцінюється максимально 15 балами, задача – 10 балами.

По кожному завданню залікової роботи нараховується:

- максимальний бал у разі правильно обгрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід міркувань в цілому правильний;
- якщо відповідь не відповідає жодному з критеріїв – виставляється 0 балів.

Шкала оцінювання (дворівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Дивак М. П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними. Тернопіль: Економічна думка ТНЕУ, 2011. 216 с.
2. Жуковська О. А. Основи інтервального аналізу: навч. посіб //К.: Освіта України, 2009.–136 с. – 2009.
3. Bhat S. P., Bernstein D. S. Finite-time stability of continuous autonomous systems// SIAM Journal on Control and optimization, 2000, 38(3), pp. 751-766.
4. Boyd S. et al. Linear matrix inequalities in system and control theory. Society for industrial and applied mathematics, 1994.
5. Hansen E. ed. Topics in interval analysis. Oxford: Clarendon Press, 1969.
6. Horn R. A., Johnson C. R. Matrix analysis. Cambridge university press, 2012.
7. Jaulin L., Kieffer M., Didrit O., Walter E. Applied Interval Analysis. London: Springer Verlag Limited, 2001. 379 p.
8. Kaucher E. Interval analysis in the extended interval space IR // Fundamentals of Numerical Computation (Computer-Oriented Numerical Analysis), 1980, pp. 33-49.
9. Korobov V. I. A general approach to the solution of the bounded control synthesis problem in a controllability problem// Math. Sb., 1980, 37(4), pp. 535-557.
10. Korobov V.I, Sklyar G.M. Methods for constructing positional controls, and a feasible maximum principle // Dif. Equ.,1990, 26(11), pp. 1422-1431.
11. Lin, Feng. Robust control design: an optimal control approach. John Wiley & Sons, 2007.
12. Moore R. E., Baker Kearfott R., Michael J. Cloud. Introduction to interval analysis. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009. 223 p.
13. Rohn J. A handbook of results on interval linear problems. Czech Academy of Sciences, Prague, 2005, 80 p.

14. Shalaby M. A. The interval eigenvalue problem. // European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, 11-14 September 2000

Допоміжна література

1. Дубницький В. Ю., Кобилін А. М., Кобилін О. А. Виконання на мобільних пристроях арифметичних операцій з використанням аксіом класичного та нестандартного інтервального аналізу // Сучасні інформаційні системи. 2021, 5(3), с. 128-136.
2. Jansson C. Calculation of exact bounds for the solution set of linear interval systems// Linear Algebra and Its Applications, 1997, 251, pp. 321-340.
3. Katkova O. M., Vishnyakova A. M. A sufficient condition for a polynomial to be stable // Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2008, 347(1), pp. 81-89.
4. Korobov V. I., Revina T. V. Robust feedback synthesis for the canonical system // Ukr. Math. J., 2016, 68(3), pp. 380-398.
5. Korobov V. I., Revina T. V. On perturbation range in the feedback synthesis problem for a chain of integrators system // IMA J. Math. Control and Information, 2021, 38(1), pp. 396-416,
6. Ovseevich A, Ananievski I. Robust feedback control for a linear chain of oscillators. J. Optim. Theory Appl, 2021, 188, pp. 307-316.
7. Wang K., Michel A. N., Liu D. Necessary and sufficient conditions for the Hurwitz and Schur stability of interval matrices // IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(6), pp. 1251-1255.
8. Zimenko K, Efimov D, Polyakov A, Kremlev A. On necessary and sufficient conditions for output finite-time stability // Automatica. 2021, 125, 109427.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

IEEE Std 1788-2015 – IEEE standard for interval arithmetic -
<https://standards.ieee.org/standard/1788-2015.html>