

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету  
математики і інформатики \_\_\_\_\_

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ \_\_\_\_\_

“ 29 ” 08 \_\_\_\_\_ 2023 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Дискретна теорія ймовірностей**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалавр) \_\_\_\_\_

галузь знань \_\_\_\_\_ 11- Математика та статистика \_\_\_\_\_

спеціальність \_\_\_\_\_ 113 – Прикладна математика \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ Прикладна математика \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ за вибором \_\_\_\_\_  
(обов'язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2023/ 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики  
 “29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: **Півень Олексій Леонідович**, канд. фізико-математичних наук, доцент  
 кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики  
 Протокол від “28” серпня 2023 року №10

Завідувач кафедри Прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи)  
Прикладна математика

назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми  
 (керівник проектної групи) Прикладна математика



(підпис)

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна  
 назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Дискретна теорія ймовірностей” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки  
бакалавр  
(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

Спеціальності (напрямку) 113 прикладна математика  
 спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань в галузі дискретної теорії ймовірностей та використанні її методів в моделюванні і аналізі реальних об'єктів і процесів

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є навчити студентів розв'язувати задачі дискретної теорії ймовірностей, застосувати її методи до розв'язування задач життєдіяльності.

#### 1.3. Кількість кредитів 4

#### 1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
4-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
22 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
66 год.	год.
Індивідуальні завдання	
год.	

### 1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

#### *знати :*

- Поняття дискретного ймовірнісного простору та загальне означення ймовірності на цьому просторі
- Класичне означення ймовірності;
- Формулу повної ймовірності та формулу Байєса
- Незалежні події
- Біноміальну схему Бернуллі та її поліноміальне узагальнення, теорему Пуассона
- Означення дискретної випадкової величини, таблиці та функції її розподілу,
- Найважливіші приклади дискретних розподілів: біноміальний, геометричний, розподіл Пуассона;
- Числові характеристики дискретної випадкової величини;
- Означення дискретного випадкового вектору, таблиці розподілу дискретного двовимірного випадкового вектору
- Умовні розподіли компонент дискретного двовимірного випадкового вектору
- Означення незалежності випадкових подій.
- Коваріацію і коефіцієнт кореляції двох дискретних випадкових величин
- Твірні функції дискретних випадкових величин та їх застосування
- Означення скінченного ланцюга Маркова, перехідну матрицю та граф станів, ймовірності станів цього ланцюга
- Регулярні, ергодичні та поглинаючі ланцюги Маркова,.
- Канонічну форму перехідної матриці, поглинаючого ланцюга, обчислення середнього часу перебування ланцюга Маркова в непоглинаючих станах

#### *вміти :*

- Обчислювати умовні та безумовні ймовірності подій
- Перевіряти події на незалежність.
- Для дискретних випадкових величин знаходити таблицю та функцію розподілу, обчислювати числові характеристики
- Знаходити розподіли двовимірних дискретних випадкових векторів, розподіли їх компонент, умовні розподіли компонент.
- Обчислювати коваріацію та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.
- Обчислювати твірну функцію дискретних випадкових величин та відновлювати моменти за нею.
- Будувати перехідні матриці марківських ланцюгів, знаходити ймовірності їх станів в будь-який момент часу та граничні ймовірності.
- Перевіряти марківські ланцюги на ергодичність, регулярність, поглинаючість
- Знаходити середній час перебування марківського ланцюга в непоглинаючих станах

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### *Розділ 1. Ймовірності подій.*

Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності.

Означення випадкової події та її ймовірності у випадку не більш ніж зліченої кількості елементарних подій. Властивості ймовірності подій. Дискретний ймовірнісний простір.

Тема 2. Умовні ймовірності.

Означення та властивості умовної ймовірності. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Тема 3. Незалежні події.

Означення незалежності подій у сукупності. Відмінність незалежності подій у сукупності та попарної незалежності.

Тема 4. Схема Бернуллі.

Послідовність незалежних випробувань. Теорема Пуассона. Поліноміальне узагальнення схеми Бернуллі.

**Розділ 2. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики**Тема 5. Дискретні випадкові величини та їх розподіли.

Означення дискретної випадкової величини. Таблиця розподілу дискретної випадкової величини. Функція розподілу дискретної випадкової величини та її властивості.

Тема 6. Дискретні випадкові вектори.

Означення дискретного випадкового вектору. Функція розподілу дискретного випадкового вектору.

Тема 7. Двовимірні випадкові вектори.

Таблиця розподілу двовимірного випадкового вектору. Розподіл компонент двовимірного випадкового вектору. Умовні розподіли випадкових величин.

Тема 8. Незалежні випадкові величини.

Означення незалежних випадкових величин. Властивості незалежних випадкових величин.

Тема 9. Числові характеристики випадкових величин.

Математичне сподівання, дисперсія, моменти дискретної випадкової величини та їх властивості

Тема 10. Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.

Біноміальний розподіл. Розподіл Пуассона. Геометричний розподіл.

Тема 11. Твірні функції дискретних випадкових величин.

Означення та властивості твірної функції дискретної випадкової величини. Обчислення моментів за допомоги твірної функції. Розподіл суми незалежних випадкових величин.

Тема 12. Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.

Означення, властивості та обчислення коваріації та коефіцієнту кореляції дискретних випадкових величин.

**Розділ 3. Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості**Тема 13. Скінченні ланцюги Маркова.

Означення ланцюга Маркова. Перехідна матриця та граф станів ланцюга Маркова. Ймовірності станів ланцюга Маркова.

Тема 14. Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова.

Означення ергодичного та регулярного ланцюга Маркова. Теорема про граничні ймовірності регулярного ланцюга Маркова.

Тема 15. Поглинаючі ланцюги Маркова.

Поглинаючий стан ланцюга Маркова та поглинаючі ланцюги Маркова. Канонічна форма матриці переходів ланцюга Маркова.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усьо го	у тому числі					Усь ого	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Ймовірності подій.												
Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності.	8	2	1			5						
Тема 2. Умовні ймовірності.	6	2	1			3						
Тема 3. Незалежні події.	6	2	1			3						
Тема 4. Схема Бернуллі.	6	2	1			3						
Контрольна робота	4		2			2						
Разом за розділом 1	30	8	6			16						
Розділ 2. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики												
Тема 5. Дискретні випадкові величини та їх розподіли.	8	2	2			4						
Тема 6. Дискретні випадкові вектори.	14	4	2			8						
Тема 8. Незалежні дискретні випадкові величини.	9	2	2			5						
Тема 9. Числові характеристики випадкових величин.	14	4	2			8						
Тема 10. Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	8	2	2			4						
Тема 11. Твірні функції дискретних випадкових величин.	8	2	1			5						
Тема 12. Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.	9	2	2			5						

Разом за розділом 2	70	18	13			39						
Розділ 3. Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості												
Тема 13. Скінченні ланцюги Маркова.	6	2	1			3						
Тема 14. Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова.	6	2	1			3						
Тема 15. Поглинаючі ланцюги Маркова	8	2	1			5						
Разом за розділом 3	20	6	3			11						
<i>Усього годин</i>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>22</b>			<b>66</b>						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Випадкові події та їх ймовірності. Класичне означення ймовірності	1
2	Умовні ймовірності.	1
3	Незалежні події	1
4	Схема Бернуллі	1
5	Контрольна робота	2
6	Дискретні випадкові величини	2
7	Двовимірні випадкові вектори	2
8	Незалежні дискретні випадкові величини	2
9	Числові характеристики випадкових величин	2
10	Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	2
11	Твірні функції дискретних випадкових величин	1
12	Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин	2
13	Скінченні ланцюги Маркова	1
14	Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова	1
15	Поглинаючі ланцюги Маркова	1
	<b>Разом</b>	<b>22</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань за розділом «Ймовірності подій»	16
2	Виконання домашніх завдань за розділом « Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	39
3	Виконання домашніх завдань за розділом «Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості»	11
	<b>Разом</b>	<b>66</b>

## 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені робочим планом

## 7. Методи навчання

Частково-пошукові і проблемні лекції, пояснення, розрахунково-ілюстративні і пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять, консультації.

## 8. Методи контролю

**Методи контролю.** Перевірка домашніх робіт, перевірка контрольних робіт, поточний контроль на практичних заняттях, поточний контроль на лекціях, проведення екзамену.

## 9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
T1–T8	T9–T15				
10	10	40	60	40	100

T1, T2, T3, T4 – теми розділів.

Не передбачається мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю ( екзамену).

### Поточний контроль:

- 20 балів. Бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

- Контрольна робота складається з двох частин, кожна з яких оцінюється до 20 балів.

- Екзаменаційна робота – до 40 балів.

По кожній контрольній роботі бали нараховуються таким чином:

- максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний,
- у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів
- відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

### Шкала оцінювання: чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно



## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей – К.:Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.
2. Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556 с.
3. Kemeny J.G., Snell , Finite Markov Chains, D. Van Nostrand Company; Second Edition (January 1, 1963)
4. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика, Навчальний посібник у двох частинах, Ч. 1. Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.

### Допоміжна література

1. Pierre Brémaud, Discrete Probability Models and Methods. Probability on Graphs and Trees, Markov Chains and Random Fields, Entropy and Coding// Springer-Verlag, 2017.—561 p.
2. Дороговцев О.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач.–К.:Вища школа, 1976.– 384 с.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка

<https://probability.knu.ua/index.php?page=student>